Név:__________________________________

Neptun-kód:__________________________

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	Σ

Játékelmélet - Mintavizsga

1. (2 pont) Ki látható a képen?

2. (4 pont) Mondja ki a véges fákkal ábrázolható játékok egyensúlyára vonatkozó tételt, és bizonyítsa be.

3. (3 pont) Mondja ki a Tiszta vs kevert tételt. (Plusz 2 pontért megfogalmazhatja a következményét.)

4. (5 pont) Az alábbi A mátrix egy 2×3-as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg grafikus módszer segítségével mindkét játékos optimális stratégiáját.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

5. (6 pont) Az alábbi B mátrix egy 3×3-as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét. (Segítség: mind az első, mind a második játékos optimális stratégiájának mind a három komponense pozitív.)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. (5 pont) Oldja meg a következő normál feladatot szimplex algoritmus segítségével. $(x_1, x_2, x_3 \geq 0)$

$$\begin{array}{rrrcr} x_1 & & +x_3 & \leq & 2 \\ & x_2 & +2x_3 & \leq & 1 \\ x_1 & +2x_2 & +x_3 & \leq & 3 \\ \hline 3x_1 & +x_2 & +2x_3 & \to & \max \end{array}$$

7. (6 pont) Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáit és a hozzá tartozó kifizetéseket annál a 2×2-es bimátrixjátéknál, ahol az 1. játékos kifizetéseit a következő A mátrix, a 2. játékos kifizetéseit pedig az A' mátrix tartalmazza. (A következő oldalon található segítség.)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. (5 pont) Bizonyítsa be a Vickrey-aukcióra vonatkozó tételt.

9. (4 pont) Végezzen $(0,1)$-normalizációt az (N, v) 5-személyes kooperatív játékon, ha $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, és a karakterisztikus függvény tetszőleges $S \subseteq N$ koalícióra a következő:

$$v(S) = \begin{cases} 1, & \text{ha } |S| = 1; \\ 3, & \text{ha } |S| = 2; \\ 5, & \text{ha } |S| = 3; \\ 8, & \text{ha } |S| = 4; \\ 10, & \text{ha } S = N. \end{cases}$$

A 2×2-es bimátrixjátékok

Egy 2×2-es bimátrixjáték esetén legyen az $A = \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ mátrix az első játékos, az $A' = \left(\begin{smallmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{smallmatrix}\right)$ pedig a második játékos kifizetési mátrixa. Az első játékos optimális stratégiája legyen $X = (x, 1-x)$, a második játékos optimális stratégiája pedig $Y^T = (y, 1-y)$.
Jelölés: $Q = a - b - c + d$, $\quad q = d - b$, $\quad R = a' - b' - c' + d'$, $\quad r = d' - c'$.

(i) $Q = 0$,

(a) $q = 0:$ $\quad 0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 1;$

(b) $q > 0:$ $\quad x = 0, \quad 0 \le y \le 1;$

(c) $q < 0:$ $\quad x = 1, \quad 0 \le y \le 1.$

(ii) $Q > 0$,

(a) $\quad x = 0, \quad y \le \frac{q}{Q};$

(b) $\quad x = 1, \quad y \ge \frac{q}{Q};$

(c) $\quad 0 < x < 1, \quad y = \frac{q}{Q}.$

(iii) $Q < 0$,

(a) $\quad x = 0, \quad y \ge \frac{q}{Q};$

(b) $\quad x = 1, \quad y \le \frac{q}{Q};$

(c) $\quad 0 < x < 1, \quad y = \frac{q}{Q}.$

(iv) $R = 0$,

(a) $r = 0:$ $\quad 0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 1;$

(b) $r > 0:$ $\quad 0 \le x \le 1, \quad y = 0;$

(c) $r < 0:$ $\quad 0 \le x \le 1, \quad y = 1.$

(v) $R > 0$,

(a) $\quad x \le \frac{r}{R}, \quad y = 0;$

(b) $\quad x \ge \frac{r}{R}, \quad y = 1;$

(c) $\quad x = \frac{r}{R}, \quad 0 < y < 1.$

(vi) $R < 0$,

(a) $\quad x \ge \frac{r}{R}, \quad y = 0;$

(b) $\quad x \le \frac{r}{R}, \quad y = 1;$

(c) $\quad x = \frac{r}{R}, \quad 0 < y < 1.$