

Név: _____

Neptun-kód: _____

Szak: _____

1.	2.	3.	4.	Σ

Elfogadom, ha a jegy \geq _____

Játékelmélet

2. zh

kidolgozási idő: 45 perc

1. (5 pont) Oldja meg a következő normál feladatot szimplex algoritmus segítségével. ($x_1, x_2, x_3 \geq 0$)

$$\begin{array}{rcccc} x_1 & & +x_3 & \leq & 2 \\ & x_2 & +2x_3 & \leq & 1 \\ x_1 & +2x_2 & +x_3 & \leq & 3 \\ \hline 3x_1 & +x_2 & +2x_3 & \rightarrow & \max \end{array}$$

2. (6 pont) Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáit és a hozzá tartozó kifizetéseket annál a 2×2 -es bimátrixjátéknál, ahol az 1. játékos kifizetéseit a következő A mátrix, a 2. játékos kifizetéseit pedig az A' mátrix tartalmazza. (A dolgozat hátoldalán található segítség.)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. (5 pont) Bizonyítsa be a Vickrey-aukcióra vonatkozó tételt.

4. (4 pont) Végezzen $(0, 1)$ -normalizációt az (N, v) 5-személyes kooperatív játékon, ha $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, és a karakterisztikus függvény tetszőleges $S \subseteq N$ koalícióra a következő:

$$v(S) = \begin{cases} 1, & \text{ha } |S| = 1; \\ 3, & \text{ha } |S| = 2; \\ 5, & \text{ha } |S| = 3; \\ 8, & \text{ha } |S| = 4; \\ 10, & \text{ha } S = N. \end{cases}$$

A 2×2 -es bimátrixjátékok

Egy 2×2 -es bimátrixjáték esetén legyen az $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mátrix az első játékos, az $A' = \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix}$ pedig a második játékos kifizetési mátrixa. Az első játékos optimális stratégiája legyen $X = (x, 1 - x)$, a második játékos optimális stratégiája pedig $Y^T = (y, 1 - y)$.

Jelölés: $Q = a - b - c + d$, $q = d - b$, $R = a' - b' - c' + d'$, $r = d' - c'$.

(i) $Q = 0$,

(a) $q = 0$: $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$;

(b) $q > 0$: $x = 0$, $0 \leq y \leq 1$;

(c) $q < 0$: $x = 1$, $0 \leq y \leq 1$.

(ii) $Q > 0$,

(a) $x = 0$, $y \leq \frac{q}{Q}$;

(b) $x = 1$, $y \geq \frac{q}{Q}$;

(c) $0 < x < 1$, $y = \frac{q}{Q}$.

(iii) $Q < 0$,

(a) $x = 0$, $y \geq \frac{q}{Q}$;

(b) $x = 1$, $y \leq \frac{q}{Q}$;

(c) $0 < x < 1$, $y = \frac{q}{Q}$.

(iv) $R = 0$,

(a) $r = 0$: $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$;

(b) $r > 0$: $0 \leq x \leq 1$, $y = 0$;

(c) $r < 0$: $0 \leq x \leq 1$, $y = 1$.

(v) $R > 0$,

(a) $x \leq \frac{r}{R}$, $y = 0$;

(b) $x \geq \frac{r}{R}$, $y = 1$;

(c) $x = \frac{r}{R}$, $0 < y < 1$.

(vi) $R < 0$,

(a) $x \geq \frac{r}{R}$, $y = 0$;

(b) $x \leq \frac{r}{R}$, $y = 1$;

(c) $x = \frac{r}{R}$, $0 < y < 1$.