

Szimplex algoritmus

Definíció: Az alábbi formájú problémát *normál feladatnak* nevezzük:

$$\begin{array}{rcl}
 a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \dots + a_{1n}y_n & \leq & b_1 \\
 \vdots & & \vdots \\
 a_{m1}y_1 + a_{m2}y_2 + \dots + a_{mn}y_n & \leq & b_m \\
 y_1, y_2, \dots, y_n & \geq & 0 \\
 \hline
 c_1y_1 + c_2y_2 + \dots + c_ny_n & \rightarrow & \max,
 \end{array}$$

ahol $b_1, \dots, b_m \geq 0$, az utolsó sort *célfüggvénynek* nevezzük.

A szimplex táblázat:

	y_1	y_2	\dots	y_n	
u_1	a_{11}	a_{12}	\dots	a_{1n}	b_1
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots
u_m	a_{m1}	a_{m2}	\dots	a_{mn}	b_m
	c_1	c_2	\dots	c_n	0

Definíció: *Bázismegoldásnak* nevezzük, ha a bázisba bekerült változók a megfelelő jobboldali konstansokkal egyenlők, a többi változó pedig 0 értéket vesz fel.

Szimplex algoritmus.

- 1. lépés:** Ha a célfüggvény (az utolsó sor) nem tartalmaz pozitív együtthatót, akkor vége az eljárásnak a bázismegoldás optimális, az optimum értéke a táblázat jobb alsó sarkában lévő szám (-1) -szerese. Ellenkező esetben a 2. lépés következik.
- 2. lépés:** Vegyük a pozitív célfüggvényegyütthatók maximumát (ha vannak egyformák, válasszuk a legkiseb indexűt). Ha a kiválasztott célfüggvény együttható (c_i) oszlopában nem szerepel pozitív együttható, akkor a célfüggvény felülről nem korlátos. Ellenkező esetben a 3. lépés következik.
- 3. lépés:** A kiválasztott célfüggvény együttható (c_i) oszlopában szereplő pozitív együtthatók közül választjuk ki a generálóelemet. Azt választjuk, ahol a megfelelő jobboldali konstans (b_j) és a pozitív együttható (a_{ji}) hányadosa minimális. A minimális hányadoshoz tartozó együtthatóval, mint generálóelemmel elemi bázistranszformációt hajtunk végre a táblázaton. (Azért van szükség a minimális b_j/a_{ij} kiválasztására, mert így a jobboldali konstansok egyike se válik negatívvá az elemi bázistranszformáció után, így teljesül a $y_k \geq 0$ feltétel.) Az elemi bázistranszformáció után kapott táblázattal folytatjuk az eljárást az 1. lépéstől.

Megjegyzések:

- Az algoritmus hibája, hogy előfordulhat, hogy végtelen ciklusba kerül, vagyis folyamatosan választva generáló elemeket, mindig visszatérünk egy korábbi táblázathoz.
- A generáló elem kiválasztásának bonyolításával az algoritmus gyorsítható, valamint a végtelen ciklusok elkerülhetők.