

Elemi bázistranszformáció

Tekintsük a következő táblázatot:

	v_1	\dots	v_i	\dots	v_k
e_1	a_{11}	\dots	a_{1i}	\dots	a_{1k}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
e_j	a_{j1}	\dots	a_{ji}^*	\dots	a_{jk}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
e_n	a_{n1}	\dots	a_{ni}	\dots	a_{nk}

ekkor v_i pontosan akkor cserélhető ki e_j -vel, ha $a_{ji} \neq 0$. Ezen a_{ji} számot *generáló elemnek* nevezzük, és *-gal jelöljük meg a táblázatban. Ha a v_i vektort bevittük a bázisba az e_j vektor helyébe a következő új táblázatot kapjuk:

	v_1	\dots	e_j	\dots	v_k
e_1	$a_{11} - \frac{a_{j1}a_{1i}}{a_{ji}}$	\dots	$-\frac{a_{1i}}{a_{ji}}$	\dots	$a_{1k} - \frac{a_{jk}a_{1i}}{a_{ji}}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
v_i	$\frac{a_{j1}}{a_{ji}}$	\dots	$\frac{1}{a_{ji}}^*$	\dots	$\frac{a_{jk}}{a_{ji}}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
e_n	$a_{n1} - \frac{a_{j1}a_{ni}}{a_{ji}}$	\dots	$-\frac{a_{ni}}{a_{ji}}$	\dots	$a_{nk} - \frac{a_{jk}a_{ni}}{a_{ji}}$

A táblázatban "téglalapszabály" segítségével azon elemek számíthatók, amelyek nincsenek egy sorban, illetve oszlopban a generáló elemmel. Egy ilyen elem, a generáló elemmel együtt, egy téglalap két szemközti csúcsát adja:

	v_1	v_2	v_3	v_4
e_1	b	\cdot	d	\cdot
e_2	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
e_3	a^*	\cdot	c	\cdot

Ebben az esetben az új táblázatban a d helyére $d - \frac{bc}{a}$ kerül, vagy más formában: $\frac{ad-bc}{a}$.

Összefoglalva az elemi bázistranszformációt a következőképpen hajtjuk végre:

- választunk egy generáló elemet: olyan nem 0 számot, amely e -vel jelölt sorban, és v -vel jelölt oszlopban van,
- felcseréljük a generáló elem sor- és oszlopjelét,
- a generáló elemet lecseréljük a reciprokára,
- a generáló elem sorának többi elemét elosztjuk a generáló elemmel,
- a generáló elem oszlopának többi elemét elosztjuk a generáló elem -1 -szeresével,
- a többi elemet a "téglalapszabállyal" számoljuk (ld. korábban).