Név:____________________________

EHA:___________________________

Szak:___________________________

1.	2.	3.	4.	Σ

Elfogadom, ha a jegy $\geq$ ___________

Játékelmélet

2. zh *kidolgozási idő: 45 perc*

1. (5 pont) Oldja meg a következő normál feladatot szimplex algoritmus segítségével. $(x_1, x_2, x_3 \geq 0)$

$$\begin{array}{rrrcc} x_1 & & +x_3 & \leq & 2 \\ & x_2 & +2x_3 & \leq & 1 \\ x_1 & +2x_2 & +x_3 & \leq & 3 \\ \hline 3x_1 & +x_2 & +2x_3 & \to & \max \end{array}$$

2. (6 pont) Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáit és a hozzá tartozó kifizetéseket annál a 2×2-es bimátrixjátéknál, ahol az 1. játékos kifizetéseit a következő A mátrix, a 2. játékos kifizetéseit pedig az A' mátrix tartalmazza. (A dolgozat hátoldalán található segítség.)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. (5 pont) Bizonyítsa be a Vickrey-aukcióra vonatkozó tételt.

4. (4 pont) Végezzen $(0,1)$-normalizációt a $\Gamma(N, v)$ 5-személyes kooperatív játékon, ha $N = \{1,2,3,4,5\}$, és a karakterisztikus függvény tetszőleges $S \subseteq N$ koalícióra a következő:

$$v(S) = \begin{cases} 1, & \text{ha } |S| = 1; \\ 3, & \text{ha } |S| = 2; \\ 5, & \text{ha } |S| = 3; \\ 8, & \text{ha } |S| = 4; \\ 10, & \text{ha } S = N. \end{cases}$$

A 2×2-es bimátrixjátékok

Egy 2×2-es bimátrixjáték esetén legyen az $A = \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ mátrix az első játékos, az $A' = \left(\begin{smallmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{smallmatrix}\right)$ pedig a második játékos kifizetési mátrixa. Az első játékos optimális stratégiája legyen $X = (x, 1-x)$, a második játékos optimális stratégiája pedig $Y^T = (y, 1-y)$.
Jelölés: $Q = a - b - c + d, \quad q = d - b, \quad R = a' - b' - c' + d', \quad r = d' - c'.$

(i) $Q = 0$,

- (a) $q = 0: \quad 0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 1;$
- (b) $q > 0: \quad x = 0, \quad 0 \le y \le 1;$
- (c) $q < 0: \quad x = 1, \quad 0 \le y \le 1.$

(ii) $Q > 0$,

- (a) $x = 0, \quad y \le \frac{q}{Q};$
- (b) $x = 1, \quad y \ge \frac{q}{Q};$
- (c) $0 < x < 1, \quad y = \frac{q}{Q}.$

(iii) $Q < 0$,

- (a) $x = 0, \quad y \ge \frac{q}{Q};$
- (b) $x = 1, \quad y \le \frac{q}{Q};$
- (c) $0 < x < 1, \quad y = \frac{q}{Q}.$

(iv) $R = 0$,

- (a) $r = 0: \quad 0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 1;$
- (b) $r > 0: \quad 0 \le x \le 1, \quad y = 0;$
- (c) $r < 0: \quad 0 \le x \le 1, \quad y = 1.$

(v) $R > 0$,

- (a) $x \le \frac{r}{R}, \quad y = 0;$
- (b) $x \ge \frac{r}{R}, \quad y = 1;$
- (c) $x = \frac{r}{R}, \quad 0 < y < 1.$

(vi) $R < 0$,

- (a) $x \ge \frac{r}{R}, \quad y = 0;$
- (b) $x \le \frac{r}{R}, \quad y = 1;$
- (c) $x = \frac{r}{R}, \quad 0 < y < 1.$