

## Szimplex algoritmus

**Definíció:** Az alábbi formájú problémát *normál feladatnak* nevezzük:

$$\begin{array}{rcl}
 a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \dots + a_{1n}y_n & \leq & b_1 \\
 \vdots & & \vdots \\
 a_{m1}y_1 + a_{m2}y_2 + \dots + a_{mn}y_n & \leq & b_m \\
 y_1, y_2, \dots, y_n & \geq & 0 \\
 \hline
 c_1y_1 + c_2y_2 + \dots + c_ny_n & \rightarrow & \max,
 \end{array}$$

ahol  $b_1, \dots, b_m \geq 0$ , az utolsó sort *célfüggvénynek* nevezzük.

A szimplex táblázat:

	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_n$	
$u_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$\dots$	$a_{1n}$	$b_1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$u_m$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	$\dots$	$a_{mn}$	$b_m$
	$c_1$	$c_2$	$\dots$	$c_n$	$0$

**Definíció:** *Bázismegoldásnak* nevezzük, ha a bázisba bekerült változók a megfelelő jobboldali konstansokkal egyenlők, a többi változó pedig 0 értéket vesz fel.

### Szimplex algoritmus.

**1. lépés:** Ha a célfüggvény (az utolsó sor) nem tartalmaz pozitív együtthatót, akkor vége az eljárásnak a bázismegoldás optimális, az optimum értéke a táblázat jobb alsó sarkában lévő szám  $(-1)$ -szerese. Ellenkező esetben a 2. lépés következik.

**2. lépés:** Vegyük a pozitív célfüggvényegyütthatók maximumát (ha vannak egyformák, válasszuk a legkiseb indexűt). Ha a kiválasztott célfüggvény együttható  $(c_i)$  oszlopában nem szerepel pozitív együttható, akkor a célfüggvény felülről nem korlátos. Ellenkező esetben a 3. lépés következik.

**3. lépés:** A kiválasztott célfüggvény együttható  $(c_i)$  oszlopában szereplő pozitív együtthatók közül választjuk ki a generálóelemet. Azt választjuk, ahol a megfelelő jobboldali konstans  $(b_j)$  és a pozitív együttható  $(a_{ji})$  hányadosa minimális. A minimális hányadoshoz tartozó együtthatóval, mint generálóelemmel elemi bázistranszformációt hajtunk végre a táblázaton. (Azért van szükség a minimális  $b_j/a_{ij}$  kiválasztására, mert így a jobboldali konstansok egyike se válik negatívvá az elemi bázistranszformáció után, így teljesül a  $y_k \geq 0$  feltétel.) Az elemi bázistranszformáció után kapott táblázattal folytatjuk az eljárást az 1. lépéstől.

### Megjegyzések:

- Az algoritmus hibája, hogy előfordulhat, hogy végtelen ciklusba kerül, vagyis folyamatosan választva generáló elemeket, mindig visszatérünk egy korábbi táblázathoz.
- A generáló elem kiválasztásának bonyolításával az algoritmus gyorsítható, valamint a végtelen ciklusok elkerülhetők.