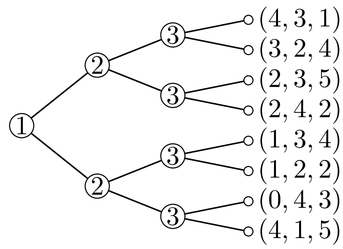
Játékelmélet feladatok

1. Határozza meg a következő véges fával ábrázolt játék egyensúlyi pontját.



2. Az alábbi A mátrix egy 2×2-es mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Az alábbi B mátrix egy 2×5-ös mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét. (Dominálás.)

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 & 6 \\ 1 & 5 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Az alábbi C mátrix egy 2×3-as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg grafikus módszer segítségével mindkét játékos optimális stratégiáját.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Az alábbi D mátrix egy 3×3-as szimmetrikus mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

6. Az alábbi E mátrix egy 3×3-as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg az egyik játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét. (Segítség: mind az első, mind a második játékos optimális stratégiájának mind a három komponense pozitív.)

$$E = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & -3 & 9 \end{pmatrix}.$$

7. Az alábbi F mátrix egy 4×4-es diagonális mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

8. Oldja meg azt a 2×2-es bimátrixjátékot, ahol az 1. játékos kifizetéseit a következő A_1 mátrix, a 2. játékos kifizetéseit pedig az A_2 mátrix tartalmazza. (A vizsgán ehhez a feladattípushoz segítségül adom a honlapon is szereplő 2×2 bimátrixjátékok megoldásáról szóló oldalt.)

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

9. Oldja meg a következő normál feladatot szimplex algoritmus segítségével. $(x_1, x_2, x_3 \geq 0)$

$$\begin{array}{rrrcc} & x_2 & +3x_3 & \leq & 1 \\ x_1 & +2x_2 & -x_3 & \leq & 5 \\ 2x_1 & & +x_3 & \leq & 2 \\ \hline 2x_1 & +4x_2 & +x_3 & \to & \max \end{array}$$

10. Oldja meg a következő lineáris programozási feladatot kétfázisú módszer segítségével. $(x_1, x_2, x_3 \geq 0)$

$$\begin{array}{rrrcc} 2x_1 & +x_2 & & \leq & 11 \\ x_1 & +2x_2 & +x_3 & = & 12 \\ 2x_1 & +3x_2 & +2x_3 & = & 21 \\ \hline x_1 & +x_2 & +x_3 & \to & \max \end{array}$$

11. Végezzen $(0,1)$-normalizációt a $\Gamma(N, v)$ 4-személyes kooperatív játékon, ha $N = \{1, 2, 3, 4\}$, és a karakterisztikus függvény tetszőleges $S \subseteq N$ koalícióra a következő:

$$v(S) = \begin{cases} 2, & \text{ha } |S| = 1; \\ 5, & \text{ha } |S| = 2; \\ 7, & \text{ha } |S| = 3; \\ 10, & \text{ha } S = N. \end{cases}$$

12. Határozza meg a $\Gamma(N, v)$ 3-személyes kooperatív játék magját, ha $N = \{1, 2, 3\}$, és a karakterisztikus függvény tetszőleges $S \subseteq N$ koalícióra a következő:

$$v(S) = \begin{cases} 0, & \text{ha } |S| = 1; \\ 0, & \text{ha } S = \{1, 3\}; \\ 2, & \text{ha } S = \{1, 2\}; \\ 4, & \text{ha } S = \{2, 3\}; \\ 4, & \text{ha } S = N. \end{cases}$$