

5. feladatsor – Véges testek MEGOLDÁSOK

5.1. Feladat. $T[x]/\langle f \rangle$ testet alkot-e. Ha igen, akkor a test elemszáma, karakterisztikája, prímteste.

- (a) igen (4 elem, $\text{char} = 2$, $\mathbb{Z}_2$);
- (b) nem (1 gyöke f -nek);
- (c) igen (9 elem, $\text{char} = 3$, $\mathbb{Z}_3$);
- (d) nem (2 gyöke f -nek);
- (e) igen (27 elem, $\text{char} = 3$, $\mathbb{Z}_3$);
- (f) igen (16 elem, $\text{char} = 2$, $\mathbb{Z}_2$);
- (g) nem ($x^2 + x + 1$ négyzete f).

5.2. Feladat. A $\mathbb{Z}_3[x]/\langle x^3 + x^2 + \bar{2} \rangle$ test keresett elemei:

- (a) $\bar{x}^2$;
- (b) $\bar{2x}$;
- (c) $\overline{2x^2 + 2x}$;
- (d) $\overline{2x^2 + x + 1}$.

5.3. Feladat. A műveletek eredménye.

- (a) szorzat: 7, inverz: 6;
- (b) szorzat: 1, inverz: 16;
- (c) Szorzat: $\overline{x^3 + x^2}$, inverz: $\bar{x}$;
- (d) Szorzat: $\overline{2x^2 + 2}$, inverz: $\overline{2x}$;
- (e) Szorzat: $\overline{2x^2 + 1}$, inverz: $\overline{x^2 + 1}$.

5.4. Feladat. Az α elem rendje. Primitív-e az adott elem a K testben.

- (a) Primitív elem (rend: 4);
- (b) Nem primitív elem (rend: 3);
- (c) Primitív elem (rend: 3);
- (d) Primitív elem (rend: 7);
- (e) Nem primitív elem (rend: 4);
- (f) Primitív elem (rend: 8).

5.5. Feladat. Határozzuk meg az $\alpha \in K$ elem minimálpolinomját.

- (a) $y^2 + 1$;
- (b) $y^3 + y + 1$;
- (c) $y^4 + y^3 + y^2 + y + 1$.