

7. feladatsor – Véges testek MEGOLDÁSOK

7.1. Feladat. $T[x]/\langle f \rangle$ testet alkot-e. Ha igen, akkor a test elemszáma, karakterisztikája, prímteste.

- (a) igen (4 elem, $char = 2, \mathbb{Z}_2$);
- (b) nem ($\bar{1}$ gyöke f -nek);
- (c) igen (9 elem, $char = 3, \mathbb{Z}_3$);
- (d) nem ($\bar{2}$ gyöke f -nek);
- (e) igen (27 elem, $char = 3, \mathbb{Z}_3$);
- (f) igen (16 elem, $char = 2, \mathbb{Z}_2$);
- (g) nem ($x^2 + x + \bar{1}$ négyzete f).

7.2. Feladat. A $\mathbb{Z}_3[x]/\langle x^3 + x^2 + \bar{2} \rangle$ test keresett elemei:

- (a) \bar{x}^2 ;
- (b) $\bar{2}x$;
- (c) $\bar{2}x^2 + \bar{2}x$;
- (d) $\bar{2}x^2 + x + \bar{1}$.

7.3. Feladat. A műveletek eredménye.

- (a) Szorzat: $\overline{x^3 + x^2}$, inverz: \bar{x} ;
- (b) Szorzat: $\overline{2x^2 + 2}$, inverz: $\bar{2}x$;
- (c) Szorzat: $\overline{2x^2 + 1}$, inverz: $\overline{x^2 + 1}$.

7.4. Feladat. Az α elem rendje. Primitív-e az adott elem a K testben.

- (a) Primitív elem (rend: 3);
- (b) Primitív elem (rend: 7);
- (c) Nem primitív elem (rend: 4);
- (d) Primitív elem (rend: 8).

7.5. Feladat. Határozzuk meg az $\alpha \in K$ elem minimálpolinomját.

- (a) $y^2 + \bar{1}$;
- (b) $y^3 + y + \bar{1}$;
- (c) $y^4 + y^3 + y^2 + y + \bar{1}$.