

## Tautológiagyűjtemény

(I)  $\rightarrow, \leftrightarrow$  kifejezése a többi művelettel:

$$(1) \quad A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A),$$

$$(2) \quad A \rightarrow B \equiv (\neg A) \vee B.$$

(II)  $\wedge, \vee$  alaptulajdonságai:

$$(3) \quad A \wedge A \equiv A, \quad A \vee A \equiv A, \quad (\text{idempotencia})$$

$$(4) \quad A \wedge B \equiv B \wedge A, \quad A \vee B \equiv B \vee A, \quad (\text{kommutativitás})$$

$$(5) \quad (A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C), \quad (A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C), \quad (\text{asszociativitás})$$

$$(6) \quad (A \vee B) \wedge A \equiv A, \quad (A \wedge B) \vee A \equiv A, \quad (\text{abszorptivitás})$$

$$(7) \quad (A \vee B) \wedge C \equiv (A \wedge C) \vee (B \wedge C), \quad (A \wedge B) \vee C \equiv (A \vee C) \wedge (B \vee C). \quad (\text{disztributivitás})$$

(III)  $\wedge, \vee, \neg$  közötti összefüggések:

$$(8) \quad \neg(A \wedge B) \equiv (\neg A) \vee (\neg B), \quad \neg(A \vee B) \equiv (\neg A) \wedge (\neg B), \quad (\text{De Morgan szabályok})$$

$$(9) \quad \neg(\neg A) \equiv A,$$

$$(10) \quad A \wedge (\neg A) \equiv B \wedge (\neg B), \quad A \vee (\neg A) \equiv B \vee (\neg B),$$

$$(11) \quad A \wedge (B \vee (\neg B)) \equiv A, \quad A \vee (B \wedge (\neg B)) \equiv B \wedge (\neg B),$$

$$(12) \quad A \wedge (B \wedge (\neg B)) \equiv B \wedge (\neg B), \quad A \vee (B \vee (\neg B)) \equiv A.$$

(IV)  $\rightarrow$ -t és  $\leftrightarrow$ -t tartalmazó logikai ekvivalenciák:

$$(13) \quad A \leftrightarrow B \equiv B \leftrightarrow A, \quad (\text{kommutativitás})$$

$$(14) \quad (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \equiv A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C), \quad (\text{asszociativitás})$$

$$(15) \quad A \rightarrow B \equiv (\neg B) \rightarrow (\neg A),$$

$$(16) \quad (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \equiv (A \vee B) \rightarrow C,$$

$$(17) \quad (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \equiv A \rightarrow (B \wedge C),$$

$$(18) \quad A \rightarrow (B \rightarrow C) \equiv (A \wedge B) \rightarrow C,$$

$$(19) \quad A \rightarrow (B \wedge (\neg B)) \equiv \neg A.$$

(V) Tautológiák:

$$(20) \quad A \rightarrow A \quad (\equiv A \vee (\neg A)),$$

$$(21) \quad (A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B,$$

$$(22) \quad ((\neg B) \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow (\neg A),$$

$$(23) \quad ((\neg A) \wedge (A \vee B)) \rightarrow B,$$

$$(24) \quad A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B)),$$

$$(25) \quad (A \wedge B) \rightarrow A,$$

$$(26) \quad A \rightarrow (A \vee B),$$

$$(27) \quad ((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C),$$

$$(28) \quad (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)),$$

$$(29) \quad (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C)),$$

$$(30) \quad (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \vee C) \rightarrow (B \vee C)),$$

$$(31) \quad ((A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)) \rightarrow (A \leftrightarrow C),$$

továbbá

$$(32) \quad (A \leftrightarrow B) \rightarrow ((A * C) \leftrightarrow (B * C)),$$

$$(33) \quad (A \leftrightarrow B) \rightarrow ((C * A) \leftrightarrow (C * B)),$$

ahol  $*$  a  $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$  logikai műveletek bármelyike lehet.

Az (V) tautológiák, valamint az egyes  $F \equiv G$  alapvető logikai ekvivalenciákból származtatott  $F \leftrightarrow G, F \rightarrow G$  és  $G \rightarrow F$  alakú tautológiák összességét nevezzük tautológiagyűjteménynek.