Név: .... Vizsga pontszám:

EHA-kód: .... Összpontszám:

MBLX111E: DISZKRÉT MATEMATIKA I. MINTAVIZSGA

Az első feladatból minimum 8 pontot el kell elérni, különben a vizsga elégtelen!

1. Feladat. (20 pt.)
Igaz vagy hamis? A válaszokat nem kell indokolni; helyes válasz 1 pont, hiányzó válasz 0 pont, helytelen válasz −1 pont.

igaz hamis

◯ ◯ Bármely halmaz hatványhalmazának mindig eleme az üreshalmaz.

◯ ◯ Két halmaz szimmetrikus különbsége azon elemek halmaza, amelyek legalább az egyik halmazban benne vannak.

◯ ◯ Tetszőleges A, B halmazokra, $A \setminus B$ elemei mindig A-n kívüli elemek.

◯ ◯ Ha $(a, b) \in \alpha \subseteq A^2$ és $(c, b) \in \beta \subseteq A^2$, akkor $(a, c) \in \alpha\beta \subseteq A^2$.

◯ ◯ A reláció dichotom, ha teljesül a következő, ha két pont között van irányított séta, akkor van él is.

◯ ◯ Minden A halmazon értelmezett ekvivalenciarelációhoz tartozik az A-nak egy osztályozása.

◯ ◯ Ha létezik $A \to B$ injektív leképezés, akkor $|A| \leq |B|$.

◯ ◯ Ha az $f : A \to B$ leképezés szürjektív, akkor minden $b \in B$ elemnek van őse A-ban.

◯ ◯ A $z = a + bi$ kompex számra $z + \overline{z} = 2a$.

◯ ◯ Tetszőleges u, v komplex számokra $|u + v| \geq |u| + |v|$.

◯ ◯ Minden π argumentumú komplex szám valós.

◯ ◯ Tetszőleges A, B ítéletekre, A, B konjukciója pontosan akkor hamis, ha mindkét ítélet logikai értéke hamis.

◯ ◯ Tetszőleges A, B ítéletekre, A, B implikációja mindig igaz, ha A logikai értéke hamis.

◯ ◯ Az $F = (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge (\neg B))$ formula az A, B, C változókból felépített teljes diszjunktív normálforma.

◯ ◯ Tetszőleges $G(x)$ predikátumra teljesül, hogy $\neg(\exists x)G(x) \equiv (\forall x)(\neg G(x))$.

◯ ◯ Egy determinánst úgy szorzunk egy konstans számmal, hogy a determináns egy sorát vagy oszlopát megszorzzuk a konstans számmal.

◯ ◯ Ha egy determináns egyik oszlopa egy másik oszlopának c konstansszorosa, akkor a determináns értéke c.

◯ ◯ Tetszőleges A mátrix esetén $\left(A^T\right)^T = A^T$.

◯ ◯ Ha A és B azonos méretű mátrixok, akkor az AB és BA mátrixok léteznek, és $AB = BA$.

◯ ◯ Ha az A és B mátrixoknak léteznek inverzei és azok egyforma méretűek, akkor $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

2. Feladat. (6 pt.)
Adjon meg egy olyan relációt a gráfjával az $A = \{a, b, c, d, e\}$ halmazon, amely reflexív, szimmetrikus és tranzitív.

3. Feladat. (6 pt.)
Döntse el, hogy injektív, szürjektív, bijektív-e a következő leképezés:

$$\varphi : \quad \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto |x - 3|.$$

4. Feladat. (6 pt.)
Határozza meg az $x^4 + 3x^2 - 4$ polinom gyöktényezős felbontását ($\mathbb{C}[x]$-ben).

5. Feladat. (6 pt.)
Számítsa ki a következő műveletek közül, azokat amelyek léteznek!

$A \cdot B, \quad C^T + (A \cdot B^T), \quad A + C^{-1}, \quad$ ahol

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Feladat. (6 pt.)
Adjon példát olyan lineáris egyenletrendszerre, ahol több egyenlet van, mint ismeretlen és végetelen sok megoldása van.