

Név:
Neptun-kód:

Vizsga pontszám:
Összpontszám:

MBX114E: DISZKRÉT MATEMATIKA III MINTAVIZSGA

A ketteshöz minimum 10 pontot kell elérnie az első feladatból! A többi feladatot csak akkor javítjuk, ha ezt a 10 pontot sikerült elérni. A vizsgán és az elektronikus teszteken szerzett pontokat összeadva a következők ponthatárok.

elégtelen	0–52
elégséges	53–64
közepes	65–76
jó	77–88
jeles	89–100

Jó munkát!

1. Feladat. (20 pt.)

Igaz vagy hamis? A válaszokat nem kell indokolni; helyes válasz 1 pont, hiányzó válasz 0 pont, helytelen válasz –1 pont.

igaz hamis

- Ha π és σ idegen permutációk, akkor $\pi\sigma = \sigma\pi$.
- $(1\ 2)(1\ 3) = (1\ 2\ 3)$.
- S_3 -ban 2 olyan π permutáció van, amelyre $|M_\pi| = 3$.
- Az $1, i$ vektorrendszer bázis a \mathbb{C} test feletti \mathbb{C} vektortérben.
- Ha $\dim(U) = 2$, $\dim(V) = 1$ és $\dim(U \cap V) = 1$, akkor $\dim(U + V) = 3$.
- Az \mathbb{R}^2 vektortérben az $(1, 1), (1, 1)$ vektorrendszer rangja 2.
- A síkon az y -tengelyre való vetítés mátrixa a standard bázisban $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- A síkon az y -tengelyre való vetítés magtere az x -tengely.
- A síkon az origóra való tükrözés karakterisztikus polinomja $x^2 + 2x + 1$.
- A síkon egyetlen egy olyan lineáris transzformáció van, melynek $\lambda = 2$ sajátértéke, és a hozzá tartozó sajátaltér egydimenziós.
- Az $l : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $l((a, b), (c, d)) = a^2 - 2ab + b^2$ leképezés bilineáris.
- Tetszőleges euklideszi térben $\|u + v\| \geq \|u\| + \|v\|$.
- Tetszőleges $f, g \in T[x]$ nemzérő polinomokra $\deg(f + g) \leq \min(\deg f, \deg g)$.
- Tetszőleges $f, g \in T[x]$ polinomokra ha $f \mid g$, akkor $f \mid f + g$.
- Az $x^2 - x + 2 \in \mathbb{R}[x]$ polinom irreducibilis.
- A $\mathbb{Z}_3[x]/\langle 2x^2 + 2 \rangle$ struktúra test.
- A $\mathbb{Z}_2[x]/\langle x^2 + x + 1 \rangle$ testben az \bar{x} elem primitív.
- Létezik 8 elemű test.
- A $C = \{1101, 1011, 1110, 0001\}$ kód minimális távolsága 2.
- Létezik 7-hosszú, 3-dimenziós \mathbb{Z}_2 feletti Hamming-kód.

2. Feladat. (10 pt.)

Az S_8 -beli $((8\ 2\ 4)(3\ 6)(2\ 6\ 4))^{-42}$ permutációt adja meg páronként idegen ciklusok szorzataként, és állapítsa meg, hogy páros vagy páratlan.

3. Feladat. (12 pt.)

Legyenek $U = [(1, 2, 3, -1), (0, 1, 2, 3)]$ és a $V = [(2, 2, 3, -10), (-1, 1, 1, 14)]$ alterek az \mathbb{R}^4 vektortérben. Határozza meg az $U + V$ altér dimenzióját és egy bázisát.

4. Feladat. (12 pt.)

Adjon példát olyan $f \in \mathbb{R}[x]$ főpolinomra, amely

- (1) másodfokú és nem irreducibilis,
- (2) másodfokú és irreducibilis,
- (3) harmadfokú és irreducibilis,
- (4) másodfokú és $\text{lko}(f, x^2 - 3x + 2) = x - 2$

5. Feladat. (14 pt.)

A $\mathbb{Z}_2[x]/\langle x^3 + x + 1 \rangle$ test $\alpha = \overline{x + 1}$ eleme segítségével tervezzen 6-hosszú 1-hibajavító BCH-kódot. Adja meg a kód generátormátrixát.