Név: ............................................ Vizsga pontszám:
Neptun-kód: ........................................ Összpontszám:

## MBX114E: DISZKRÉT MATEMATIKA III MINTAVIZSGA

**A ketteshez minimum 10 pontot kell elérnie az első feladatból!** A többi feladatot csak akkor javítjuk, ha ezt a 10 pontot sikerült elérni. A vizsgán és az elektronikus teszteken szerzett pontokat összeadva a következők ponthatárok.

| | |
|---|---|
| elégtelen | 0–52 |
| elégséges | 53–64 |
| közepes | 65–76 |
| jó | 77–88 |
| jeles | 89–100 |

Jó munkát!

**1. Feladat.** (20 pt.)
Igaz vagy hamis? A válaszokat nem kell indokolni; helyes válasz 1 pont, hiányzó válasz 0 pont, helytelen válasz −1 pont.

igaz hamis
○ ○ Ha $\pi$ és $\sigma$ idegen permutációk, akkor $\pi\sigma = \sigma\pi$.
○ ○ $(1\ 2)(1\ 3) = (1\ 2\ 3)$.
○ ○ $S_3$-ban 2 olyan $\pi$ permutáció van, amelyre $|M_\pi| = 3$.
○ ○ Az $1$, $i$ vektorrendszer bázis a $\mathbb{C}$ test feletti $\mathbb{C}$ vektortérben.
○ ○ Ha $\dim(U) = 2$, $\dim(V) = 1$ és $\dim(U \cap V) = 1$, akkor $\dim(U + V) = 3$.
○ ○ Az $\mathbb{R}^2$ vektortérben az $(1, 1)$, $(1, 1)$ vektorrendszer rangja 2.
○ ○ A síkon az $y$-tengelyre való vetítés mátrixa a standard bázisban $\left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$.
○ ○ A síkon az $y$-tengelyre való vetítés magtere az $x$-tengely.
○ ○ A síkon az origóra való tükrözés karakterisztikus polinomja $x^2 + 2x + 1$.
○ ○ A síkon egyetlen egy olyan lineáris transzformáció van, melynek $\lambda = 2$ sajátértéke, és a hozzá tartozó sajátaltér egydimenziós.
○ ○ Az $l : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $l((a, b), (c, d)) = a^2 - 2ab + b^2$ leképezés bilineáris.
○ ○ Tetszőleges euklideszi térben $||u + v|| \geq ||u|| + ||v||$.
○ ○ Tetszőleges $f, g \in T[x]$ nemzéró polinomokra $\deg(f+g) \leq \min(\deg f, \deg g)$.
○ ○ Tetszőleges $f, g \in T[x]$ polinomokra ha $f \mid g$, akkor $f \mid f + g$.
○ ○ Az $x^2 - x + 2 \in \mathbb{R}[x]$ polinom irreducibilis.
○ ○ A $\mathbb{Z}_3[x]/\langle 2x^2 + 2\rangle$ struktúra test.
○ ○ A $\mathbb{Z}_2[x]/\langle x^2 + x + 1\rangle$ testben az $\overline{x}$ elem primitív.
○ ○ Létezik 8 elemű test.
○ ○ A $C = \{1101, 1011, 1110, 0001\}$ kód minimális távolsága 2.
○ ○ Létezik 7-hosszú, 3-dimenziós $\mathbb{Z}_2$ feletti Hamming-kód.

**2. Feladat.** (10 pt.)
Az $S_8$-beli $((8\ 2\ 4)(3\ 6)(2\ 6\ 4))^{-42}$ permutációt adja meg páronként idegen ciklusok szorzataként, és állapítsa meg, hogy páros vagy páratlan.

**3. Feladat.** (12 pt.)
Legyen adott a $\mathbb{Z}_3^3$ vektortérben a következő két altér:

$$U = [(\overline{1}, \overline{0}, \overline{1}), (\overline{0}, \overline{1}, \overline{1})], \qquad V = \{\, (x_1, x_2, x_3) : x_2 + x_3 = 0 \,\}.$$

Sorolja fel az $U$, $V$ és $U \cap V$ alterek összes elemét, majd adja meg $U + V$ dimenzióját.

**4. Feladat.** (12 pt.)
Adjon példát olyan $f \in \mathbb{R}[x]$ főpolinomra, amely

(1) másodfokú és nem irreducibilis,
(2) másodfokú és irreducibilis,
(3) harmadfokú és irreducibilis,
(4) másodfokú és $\text{lnko}(f, x^2 - 3x + 2) = x - 2$

**5. Feladat.** (14 pt.)
A $\mathbb{Z}_2[x]/\langle x^3 + x + 1\rangle$ test $\alpha = \overline{x + 1}$ eleme segítségével tervezzen 6-hosszú 1-hibajavító BCH-kódot. Adja meg a kód generátormátrixát.