Név: .... Vizsga pontszám:
Neptun-kód: .... Összpontszám:

MBLK12E: DISZKRÉT MATEMATIKA MINTAVIZSGA

Az utolsó feladatól legalább 8 pontot el kell érni, különben a vizsga elégtelen.

1. Feladat. (15 pt.)
Igaz vagy hamis? A válaszokat nem kell indokolni; helyes válasz 1 pont, hiányzó válasz 0 pont, helytelen válasz -1 pont.

igaz hamis

◯ ◯ Tegyük fel, hogy $a, b \in \mathbb{Z}$ relatív prímek. Ekkor tetszőleges $c \in \mathbb{Z}$-re ha $a \mid bc$, akkor $a \mid b$.
◯ ◯ Egy lineáris kongruencia-rendszer pontosan akkor oldható meg, ha a modulusok páronként relatív prímek.
◯ ◯ Tetszőleges A, B ítéletekre, A, B implikációja mindig igaz, ha A logikai értéke igaz.
◯ ◯ Az $F = (\neg A) \wedge B \wedge C$ formula az A, B, C változókból felépített teljes diszjunktív normálforma.
◯ ◯ Tetszőleges $G(x)$ predikátumra teljesül, hogy $\neg(\forall x)G(x) \equiv (\exists x)(\neg G(x))$.
◯ ◯ Bármely halmaz hatványhalmazának mindig részhalmaza az üreshalmaz.
◯ ◯ Az $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmazon minden szürjektív leképezés bijektív.
◯ ◯ $|\mathbb{Z}| = |\mathbb{R}|$.
◯ ◯ Ha $(\pi\tau)^n = \pi^n\tau^n$ tetszőleges n egészre, akkor a π és τ permutációk idegenek.
◯ ◯ Minden három hosszú ciklus páratlan permutáció.
◯ ◯ A $\varrho = \emptyset \subseteq \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\}$ reláció tranzitív.
◯ ◯ Ha egy reláció dichotom, akkor reflexív is.
◯ ◯ Szimmetrikus relációk metszete is szimmetrikus.
◯ ◯ Monoidban minden elemnek legalább egy inverze van.
◯ ◯ Az $(A; \cdot)$ csoport tetszőleges a, b elemére és bármely $n \in \mathbb{Z}$-re, ha $ab = ba$, akkor $(ab)^n = a^n b^n$.

2. Feladat. (3 pt.)
Igazolja a következő logikai ekvivalenciát.

$$(A \vee B) \to C \equiv (A \to C) \wedge (B \to C).$$

3. Feladat. (3 pt.)
Adjon meg olyan $\varphi\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ leképezést, amely injektív, de nem szürjektív. (Igazolja is!)

4. Feladat. (3 pt.)
Adjon példát olyan

(1) grupoidra, ami asszociatív, de nem kommutatív,
(2) félcsoportra, ami nem csoport,
(3) gyűrűre, ami nem test.

5. Feladat. (16 pt.)
Mondja ki a kihúzott tételben szereplő definíciókat, tételeket és bizonyítsa be. (Legalább 8 pontot el kell érni ebből a feladatból.)