

Név:
EHA-kód:

Vizsga pontszám:
Összpontszám:

MBLK12E: DISZKRÉT MATEMATIKA MINTAVIZSGA

1. Feladat. (15 pt.)

Igaz vagy hamis? A válaszokat nem kell indokolni; helyes válasz 1 pont, hiányzó válasz 0 pont, helytelen válasz -1 pont.

igaz hamis

- Tegyük fel, hogy $a, b \in \mathbb{Z}$ relatív prímek. Ekkor tetszőleges $c \in \mathbb{Z}$ -re ha $a \mid bc$, akkor $a \mid b$.
- Legyen $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Az $ax + by = c$ lineáris diofantoszi egyenlet akkor és csak akkor oldható meg, ha $\text{lko}(a, b) \mid c$.
- Egy lineáris kongruencia-rendszer pontosan akkor oldható meg, ha a modulusok páronként relatív prímek.
- Tetszőleges A, B ítéletekre, A, B implikációja mindig igaz, ha A logikai értéke igaz.
- Az $F = (\neg A) \wedge B \wedge C$ formula az A, B, C változókból felépített teljes diszjunktív normálforma.
- Tetszőleges $G(x)$ predikátumra teljesül, hogy $\neg(\forall x)G(x) \equiv (\exists x)(\neg G(x))$.
- Tetszőleges A, B halmazokra, $A \setminus B$ elemei mindig A -n kívüli elemek.
- Bármely halmaz hatványhalmazának mindig részhalmaza az üreshalmaz.
- Az $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmazon minden szürjektív leképezés bijektív.
- $|\mathbb{Z}| = |\mathbb{R}|$.
- Ha $(\pi\tau)^n = \pi^n\tau^n$ tetszőleges n egészre, akkor a π és τ permutációk idegenek.
- Minden három hosszú ciklus páratlan permutáció.
- A $\varrho = \emptyset \subseteq \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\}$ reláció tranzitív.
- Ha egy reláció dichotom, akkor reflexív is.
- Szimmetrikus relációk metszete is szimmetrikus.

2. Feladat. (4 pt.)

Igazolja a következő logikai ekvivalenciát.

$$(A \vee B) \rightarrow C \equiv (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C).$$

3. Feladat. (3 pt.)

Adjon meg olyan $\varphi: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ leképezést, amely injektív, de nem szürjektív. (Igazolja is!)

4. Feladat. (3 pt.)

Adjon példát olyan

- (1) grupoidra, ami asszociatív, de nem kommutatív,
- (2) félcsoportra, ami nem csoport,
- (3) gyűrűre, ami nem test.

5. Feladat. (15 pt.)

Mondja ki a kihúzott tételben szereplő definíciókat, tételeket és bizonyítsa be.