

**Diszkrét matematika (levelező)**  
Zárthelyi dolgozat (MINTA)  
(60 perc)

**1. Feladat.** (7 pont) Döntsük el, hogy az alábbi kongruenciák közül melyek megoldhatóak, és ezeknek adjuk meg a megoldását (kongruenciaként).

1.  $3x \equiv 5 \pmod{9}$

2.  $4x \equiv 3 \pmod{7}$

3.  $16x \equiv 9 \pmod{21}$

**2. Feladat.** (7 pont) Adjuk meg az alábbi formula teljes diszjunktív normálformáját.

$$((A \vee B) \rightarrow (\neg B \wedge C)) \wedge (\neg A \vee \neg C)$$

**3. Feladat.** (6 pont) Vezessük be a következő predikátum- és függvényjeleket:  $E(x, y)$ :  $x = y$ ,  $f(x, y)$ :  $xy$ , valamint legyen 1 individuumkonstans.

(a) Döntsük el, hogy igaz-e az alábbi állítás a pozitív egészek individuumtartományán.

$$(\forall x)(\exists y)(E(1, f(x, y)))$$

(b) Mely pozitív egészek  $x$ -ekre igaz az alábbi formula?

$$(\exists y)(\exists z)(E(x, f(y, z)) \rightarrow ((E(y, 1) \vee E(z, 1)) \wedge \neg E(x, 1)))$$

**4. Feladat.** (6 pont) Döntsük el, hogy az alábbi leképezés injektív-e, szürjektív-e, bijektív-e.

$$\beta: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, n\beta = \begin{cases} n + 1, & \text{ha } n \text{ páratlan} \\ n, & \text{ha } n \text{ páros} \end{cases}$$

**5. Feladat.** (7 pont) Oldjuk meg az alábbi permutációegyenletet  $S_5$ -ben.

$$((145)(1342))^{-1}\pi = (21)((345)(123))^{11}$$

**6. Feladat.** (7 pont) Tekintsük a következő relációkat a megadott halmazokon. Döntsük el, melyek ekvivalenciarelációk, és adjuk meg az ezekhez tartozó osztályozást.

1.  $A = \{0, 1, \dots, 5, 6\}$ ,  $\rho = \{(x, y) \in A \times A : x + y = 6\}$

2.  $\mathbb{N}$ ,  $\sigma = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : x \text{ és } y \text{ első számjegye megegyezik}\}$