
DISZKRÉT MATEMATIKA I.

6. FELADATSOR

KOMPLEX SZÁMOK, POLINOMOK

MBNXK111

6.1. Feladat. Kanonikus alakban számolva végezzük el a következő műveleteket, adjuk meg a végeredmény kanonikus alakját:

(a) i^{2019} ,	(b) i^{-22} ,	(c) $(3 + 5i)(2 - 7i)$,
(d) $(\overline{-6 + 9i} + 4 - 8i) \cdot i$,	(e) $ -3 + 4i \cdot (-3 - i)$,	(f) $\frac{-7 - i}{1 + 4i}$,
(g) $\frac{\overline{1 + 3i}}{3 + 2i}$,	(h) $\frac{(-2 + 3i)(8 + i)}{(-4 - 7i)(1 - i)}$,	(i) $\frac{\operatorname{Re}(3 + 5i) - (4 - 2i)}{(3 - 2i) + \operatorname{Im}(6 + i)}$.

6.2. Feladat. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán, a megoldásokat kanonikus alakban adjuk meg:

(a) $(1 - 3i)z = 13 - 9i$,	(b) $\overline{3 - 2i} \cdot z + (-1 + 5i) = 2i$,	(c) $z^2 + z ^2 = 8 + 6i$,
(d) $z^2 = i$,	(e) $z^2 = -15 + 8i$,	(f) $z^2 = 5 - 12i$.

6.3. Feladat. Ábrázoljuk az alábbi kanonikus alakban megadott komplex számokat a Gauss-féle számsíkon, és írjuk át trigonometrikus és exponenciális alakba ezeket:

(a) 3,	(b) -5,	(c) i ,
(d) $-4i$,	(e) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$,	(f) $1 - i$,
(g) $1 - \sqrt{3}i$,	(h) $-\sqrt{3} - i$,	(i) $-3 + \sqrt{3}i$.

6.4. Feladat. Ábrázoljuk az alábbi trigonometrikus vagy exponenciális alakban megadott komplex számokat a Gauss-féle számsíkon, és írjuk át kanonikus alakba ezeket:

(a) $2(\cos 0 + i \sin 0)$,	(b) $3e^{\frac{3\pi}{2}i}$,	(c) $2e^{\frac{\pi}{4}i}$,
(d) $\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$,	(e) $\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6}$,	(f) $e^{\frac{5\pi}{6}i}$,
(g) $2(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3})$.		

6.5. Feladat. Trigonometrikus vagy exponenciális alakkal számolva határozzuk meg az alábbi műveletek eredményét, majd adjuk meg az eredmény kanonikus alakját is:

(a) $(\sqrt{3} - i)(2 - 2\sqrt{3}i)$,	(b) $(-2 - 2i)(-5 + 5i)$,	(c) i^{14} ,
(d) $(\sqrt{3} - i)^{67}$,	(e) $(1 + i)^{1222}$,	(f) $(-3 - 3\sqrt{3}i)^{1526}$.

6.6. Feladat. Adjuk meg trigonometrikus és kanonikus alakban a következő gyökvonások eredményét.

(a) $\sqrt{9}$,	(b) $\sqrt{-4}$,	(c) $\sqrt{i}$,
(d) $\sqrt{-16i}$,	(e) $\sqrt{-15 + 8i}$,	(f) $\sqrt{2 + 2\sqrt{3}i}$,
(g) $\sqrt[3]{-8}$,	(h) $\sqrt[3]{-8i}$,	(i) $\sqrt[3]{-8 + 8i}$.

6.7. Feladat. Határozzuk meg a következő polinomok gyökeit. Adjuk meg a gyöktényezős felbontásukat is.

- | | | |
|--------------------------|-----------------------|-----------------------|
| (a) $x^2 + 1$, | (b) $x^2 + 6x + 10$, | (c) $x^2 + 2ix - 1$, |
| (d) $x^3 + 8$, | (e) $x^4 + 9x^2$, | (f) $x^4 - 16$, |
| (g) $x^4 + 18x^2 + 81$. | | |

6.8. Feladat. Lagrange-interpolációval adjunk meg egy polinomot, melyre illeszkednek a következő pontok:

- (a) $A(-1, 1)$, $B(2, 4)$, $C(3, 9)$,
- (b) $A(1, 3)$, $B(2, 8)$, $C(4, 12)$,
- (c) $A(-1, 2)$, $B(0, 0)$, $C(1, 4)$, $D(4, 0)$.