# 7. feladatsor – Mátrix, determináns, sajátérték

**7.1. Feladat.** Számítsuk ki a következő mátrixokat: $A+B,\ 3A,\ B^T,\ BC,\ CA$.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1 & 3 & -1\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix},\qquad C=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\\ 0 & -4\end{pmatrix}$$

**7.2. Feladat.** Számítsuk ki a következő mátrixok közül azokat, amelyek léteznek: $2A$, $A+B$, $B+C^T$, $BA$, $BC$, $CB$, $AB+2C^T$.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 0\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix},\qquad C=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 4\\ 0 & 2\end{pmatrix}$$

**7.3. Feladat.** Határozzuk meg a következő determinánsokat:

$$\textbf{(a)}\ \begin{vmatrix}1 & 4\\ 3 & 1\end{vmatrix};\quad \textbf{(b)}\ \begin{vmatrix}4 & -1\\ 2 & 3\end{vmatrix};\quad \textbf{(c)}\ \begin{vmatrix}4 & 2 & 9\\ 6 & -1 & -2\\ 0 & 1 & 3\end{vmatrix};\quad \textbf{(d)}\ \begin{vmatrix}2 & -1 & 3\\ 0 & -2 & 4\\ -3 & 5 & 6\end{vmatrix};\quad \textbf{(e)}\ \begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & 2 & 0\\ -2 & 3 & 5\end{vmatrix};$$

$$\textbf{(f)}\ \begin{vmatrix}1 & -2 & 1 & 0\\ 3 & 1 & 0 & -1\\ 2 & 3 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 1 & 3\end{vmatrix};\quad \textbf{(g)}\ \begin{vmatrix}1 & 1 & -1 & 3\\ 2 & 0 & 1 & -2\\ 3 & 0 & 1 & -4\\ 1 & 2 & 2 & 0\end{vmatrix};\quad \textbf{(h)}\ \begin{vmatrix}2 & -3 & 2 & 1\\ -2 & 2 & 1 & 2\\ -2 & 2 & 1 & 3\\ -3 & 2 & 1 & 1\end{vmatrix}.$$

**7.4. Feladat.** Határozzuk meg az $\underline{a}=(1,2,-3)$, $\underline{b}=(2,1,-4)$ és $\underline{c}=(1,0,3)$ helyvektorok által kifeszített paralelepipedon térfogatát.

**7.5. Feladat.** Adjuk meg az $x$ értékét úgy, hogy teljesüljön az alábbi egyenlőség.

$$\begin{vmatrix}1 & 3 & -4\\ 2 & 0 & 3\\ 1 & -1 & x\end{vmatrix}=8$$

**7.6. Feladat.** Legyen $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 3\end{pmatrix}$ mátrix. Határozzuk meg az $A\cdot A^T$ és $A^T\cdot A$ szorzatmátrixok determinánsát.

**7.7. Feladat.** Határozzuk meg az alábbi valós mátrixok sajátértékeit.

$$\textbf{(a)}\ \begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & 1\end{pmatrix};\quad \textbf{(b)}\ \begin{pmatrix}-5 & -3\\ 4 & 3\end{pmatrix};\quad \textbf{(c)}\ \begin{pmatrix}-6 & 4\\ -4 & 2\end{pmatrix};\quad \textbf{(d)}\ \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & -2 & 0\\ 2 & 4 & 3\end{pmatrix};$$

$$\textbf{(e)}\ \begin{pmatrix}3 & 1 & -5\\ 0 & 3 & -5\\ 0 & 1 & -2\end{pmatrix};\quad \textbf{(f)}\ \begin{pmatrix}-5 & 0 & 0\\ -5 & 1 & 5\\ -4 & 3 & -1\end{pmatrix};\quad \textbf{(g)}\ \begin{pmatrix}4 & -1 & 1\\ 0 & 6 & -2\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}.$$

**7.8. Feladat.** Adjuk meg a következő mátrixok inverzét Gauss-elimináció segítségével:

**(a)** $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$; **(b)** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 11 \end{pmatrix}$; **(c)** $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

**7.9. Feladat.** Teljesülnek-e az alábbi egyenlőségek tetszőleges $A, B$ $n \times n$-es mátrixok esetén?

**(a)** $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$

**(b)** $(AB)^T = A^T B^T$

**(c)** $A^n A^m = A^{nm}$

**(d)** $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$