Név: .... Pontszám:

Neptun-kód: ....

MTN113E: ALGEBRA ÉS SZÁMELMÉLET I. BEUGRÓ – MINTA

Minimum 10 pontot el kell érni, különben a vizsga elégtelen!

1. Feladat. (10 pt.)
Igaz vagy hamis? A válaszokat nem kell indokolni; helyes válasz 1 pont, hiányzó válasz 0 pont, helytelen válasz -1 pont.

igaz hamis
◯ ◯ $(a+b)^n = \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$, ahol $n \in \mathbb{N}$ és $a, b \in \mathbb{R}$.
◯ ◯ $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$, ahol $a \in \mathbb{R}, a > 0$, $n, m \in \mathbb{Q}$.
◯ ◯ Egy szám pontosan akkor osztható 24-gyel, ha osztható 4-gyel és 6-tal is.
◯ ◯ Tegyük fel, hogy $a, b \in \mathbb{Z}$ relatív prímek. Ekkor tetszőleges $c \in \mathbb{Z}$-re ha $a \mid bc$, akkor $a \mid b$.
◯ ◯ Tetszőleges $a \in \mathbb{Z}$-re teljesül, hogy $\operatorname{lnko}(a, 0) \sim a$.
◯ ◯ Egy mátrixot úgy szorzok egy konstans számmal, hogy a mátrix valamelyik sorának elemeit megszorzom a konstans számmal.
◯ ◯ Ha az A egy $m \times n$-es mátrix, akkor az $A \cdot A^T$ mátrix $m \times m$-es méretű.
◯ ◯ Egy lineáris egyenletrendszer megoldását Gauss-eliminációval kerestük, és a bővített mátrix lépcsős alakjának utolsó sora: $\left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{array}\right)$. Ekkor a lineáris egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van.
◯ ◯ $\mathbb{R}^5$-ben bármely 6 tagú vektorrendszer lineárisan független.
◯ ◯ Ha egy vektorrendszer valamely részrendszere lineárisan függő, akkor a vektorrendszer is az.

2. Feladat. (2 pt.)
Definiálja egy $a \in \mathbb{R}^+$ szám $-n$-edik és $\frac{k}{n}$-edik hatványát, ahol $n \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{Z}$.

3. Feladat. (3 pt.)
Mondja ki a számelmélet alaptételét prímszámokkal, egészek körében.

4. Feladat. (2 pt.)
Adjon példát olyan $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mátrixra, amely nem tartalmaz 0-át, és nincs inverze. Igazolja is!

5. Feladat. (3 pt.)
Definiálja a vektorrendszer lineáris függetlenségét.