KLASSZIKUS ALGEBRA ÉS SZÁMELMÉLET

BEUGRÓ TESZT (MINTA)

Név: ....

EHA-kód (ETR)**:** ....

FONTOS TUDNIVALÓK:

A megfelelő körökbe tett $\times$-ek segítségével kell minden feladatnál válaszát megadnia. Ügyeljen arra, hogy nincs mód a válasz javítására, áthúzására, lefestésére, stb. Tehát csak akkor írja be a $\times$-eket a körökbe, amikor döntése, eredménye végleges. A feladatok szövege mellett lévő szabad helyen azonban bármit írhat és javíthat.

Minden feladatra maximum 1 pont kapható, így az elérhető legnagyobb pontszám 10 pont. Legalább 5 pont szükséges a szóbeli vizsgához.

OKTATÓK TÖLTIK KI

AZ ÉRTÉKELÉS ÖSSZESÍTÉSE

1	2	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Összesen

SZÓBELI VIZSGA:

'A' TÉTEL:

'B' TÉTEL:

A vizsga végeredménye:

1. *Igazak-e a következő állítások? (Ha mind a négy válasz helyes, 1 pontot kap, ellenkező esetben nem kap pontot.)*

igen	**nem**	
◯	◯	*Minden p prímszámra létezik primitív gyök modulo p.*
◯	◯	*Minden p prímszámra $\varphi(p-1)$ számú inkongruens primitív gyök létezik modulo p.*
◯	◯	*Minden p prímszámra $\varphi(p)$ számú inkongruens primitív gyök létezik modulo p.*
◯	◯	*Minden p prímszámra $p-1$ számú inkongruens primitív gyök létezik modulo p.*

A kapott pontszám: ☐

2. *Igazak-e a következő állítások? (Ha mind a négy esetben helyesen válaszol, 1 pontot kap, ellenkező esetben nem kap pontot.)*

igen	**nem**	
◯	◯	*Bármely másodfokú kongruenciának létezik megoldása.*
◯	◯	*Az $\left(\frac{a}{p}\right)$ Legendre-szimbólum értéke pontosan akkor 1, ha a négyzetes nemmaradék modulo p.*
◯	◯	*Ha a négyzetes nemmaradék modulo p, akkor az $x^2 \equiv a \pmod p$ másodfokú kongruenciának van megoldása.*
◯	◯	*Az $\left(\frac{a}{p}\right)$ Legendre-szimbólum értéke pontosan akkor -1, ha az $x^2 \equiv a \pmod p$ másodfokú kongruenciának nincs megoldása.*

A kapott pontszám: ☐

3. *Igazak-e a következő állítások? (Ha mind a négy esetben helyesen válaszol, 1 pontot kap, ellenkező esetben nem kap pontot.)*

igen	**nem**	
◯	◯	*Az $ax \equiv b \pmod c, (a, b, c \in \mathbb{Z})$ lineáris kongruencia akkor és csak akkor oldható meg, ha ln.k.o. $(a, b) \mid c$.*
◯	◯	*Az $ax \equiv b \pmod c, (a, b, c \in \mathbb{Z})$ lineáris kongruencia akkor és csak akkor oldható meg, ha ln.k.o. $(a, c) \mid b$.*
◯	◯	*Az $ax \equiv b \pmod c, (a, b, c \in \mathbb{Z})$ lineáris kongruencia akkor és csak akkor oldható meg, ha az $ax+by = c$ diofantoszi egyenlet is megoldható.*
◯	◯	*Az $ax \equiv b \pmod c, (a, b, c \in \mathbb{Z})$ lineáris kongruencia akkor és csak akkor oldható meg, ha az $ax-cy = b$ diofantoszi egyenlet is megoldható.*

A kapott pontszám: ☐

4. *Igazak-e a következő állítások? (Ha mind a négy esetben helyesen válaszol, 1 pontot kap, ellenkező esetben nem kap pontot.)*

igen	**nem**	
◯	◯	*Véges sok páros prímszám van.*
◯	◯	*Végtelen sok prímszám van.*
◯	◯	*A prímszámok reciprokaiból alkotott sor konvergens.*
◯	◯	*A szomszédos összetett számok között akármilyen nagy hézagok előfordulhatnak.*

A kapott pontszám: ☐

5. *Igazak-e a következő állítások? (Ha mind a négy esetben helyesen válaszol, 1 pontot kap, ellenkező esetben nem kap pontot.)*

igen	**nem**	
◯	◯	*Az n pozitív egész számot tökéletes számnak nevezzük, ha $\sigma(n) = n$.*
◯	◯	*Az n pozitív egész számot tökéletes számnak nevezzük, ha $\sigma(n) = 2n$.*
◯	◯	*Az n pozitív egész számot tökéletes számnak nevezzük, ha n prímszám.*
◯	◯	*Az n pozitív egész számot tökéletes számnak nevezzük, ha $\varphi(n) = 2n$.*

A kapott pontszám: ☐

6. *Igazak-e a következő állítások? (Ha mind a négy esetben helyesen válaszol, 1 pontot kap, ellenkező esetben nem kap pontot.)*

igen	**nem**	
◯	◯	*Csoportokban a kétváltozós művelet kommutatív.*
◯	◯	*Csoportokban a kétváltozós művelet asszociatív.*
◯	◯	*Csoportokban létezik egységelem.*
◯	◯	*A monoidok egységelemes félcsoportok.*

A kapott pontszám: ☐

7. *Igazak-e a következő állítások bármely komplex együtthatós f polinom és α komplex szám esetén ? (Ha mind a négy esetben helyesen válaszol, 1 pontot kap, ellenkező esetben nem kap pontot.)*

igen	**nem**	
◯	◯	*Ha α háromszoros gyöke f-nek, akkor kétszeres gyöke f'-nek.*
◯	◯	*Ha α kétszeres gyöke f'-nek, akkor háromszoros gyöke f-nek.*
◯	◯	*Ha α gyöke f-nek, akkor gyöke ln.k.o. (f, f')-nek.*
◯	◯	*Ha α gyöke ln.k.o.(f, f')-nek, akkor gyöke f-nek.*

A kapott pontszám: ☐

8. *Igazak-e a következő állítások? (Ha mind a négy esetben helyesen válaszol, 1 pontot kap, ellenkező esetben nem kap pontot.)*

igen	**nem**	
◯	◯	*Valós együtthatós harmadfokú egyenletnek mindig van valós gyöke.*
◯	◯	*Cardano képletében a p prímszámot jelöl.*
◯	◯	*Ha* $(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3 > 0$, *akkor az* $x^3 + px + q$ *polinomnak van komplex gyöke.*
◯	◯	*Ha* $(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3 \leq 0$, *akkor az* $x^3 + px + q$ *polinomnak nincs komplex gyöke.*

A kapott pontszám: ☐

9. *Igazak-e a következő állítások? (Ha mind a négy esetben helyesen válaszol, 1 pontot kap, ellenkező esetben nem kap pontot.)*

igen	**nem**	
◯	◯	*Bármely gyűrű bármely* a, b, c *elemeire* $ca = cb$ *teljesüléséből következik* $a = b$.
◯	◯	*Zérusoszómentes gyűrűben kéttényezős szorzat értéke csakis akkor nulla, ha legalább az egyik tényezője zérus.*
◯	◯	*Zérusosztómentes gyűrű bármely* a, b, c *elemeire* $ca = cb$ *teljesüléséből következik* $a = b$.
◯	◯	*A főideálgyűrűk zérusosztómentesek.*

A kapott pontszám: ☐

10. *Igazak-e a következő állítások? (Ha mind a négy esetben helyesen válaszol, 1 pontot kap, ellenkező esetben nem kap pontot.)*

igen	**nem**	
◯	◯	*Egy szimmetrikus polinom többféleképpen is előállítható elemi szimmetrikus polinomok polinomjaként.*
◯	◯	*Két* n*-ismeretlenes polinom szorzatának lexikografikusan első tagja egyenlő a tényezők lexikografikusan első tagjainak szorzatával.*
◯	◯	*A szimmetrikus polinomok mindig egyváltozósak.*
◯	◯	*Viète képleteiben szerepelnek elemi szimmetrikus polinomok.*

A kapott pontszám: ☐