

3. feladatsor – Leképezések

Megoldások

1. Feladat.

- a) $\{(x, y) : y = x^2\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
A negatív számoknak nincs őse.
- b) $\{(x, y) : y = x^2\} \subseteq \mathbb{R} \times (\mathbb{R}^+ \cup \{0\})$
Minden pozitív számnak két őse van.
- c) $\{(x, y) : y = x^2\} \subseteq (\mathbb{R}^+ \cup \{0\}) \times \mathbb{R}$
A negatív számoknak nincs őse, és a többi számnak az értelmezési tartomány miatt egy darab őse van.
- d) $\{(x, y) : y = x^2\} \subseteq (\mathbb{R}^+ \cup \{0\}) \times (\mathbb{R}^+ \cup \{0\})$
A nemnegatív számoknak pontosan egy képe van a nemnegatív számok között.

2. Feladat.

- a) nem injektív, szürjektív, nem bijektív
- b) nem injektív, szürjektív, nem bijektív
- c) nem injektív, nem szürjektív, nem bijektív
- d) injektív, nem szürjektív, nem bijektív
- e) nem injektív, szürjektív, nem bijektív
- f) nem injektív, szürjektív, nem bijektív
- g) nem injektív, szürjektív, nem bijektív
- h) injektív, nem szürjektív, nem bijektív
- i) nem injektív, szürjektív, nem bijektív

3. Feladat.

- a) $\alpha\beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x(\alpha\beta) = 3x^2 + 1; \beta\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x(\beta\alpha) = (3x + 1)^2$
- b) $\alpha\beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x(\alpha\beta) = 2|x| + 3; \beta\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x(\beta\alpha) = |2x + 3|$

4. Feladat.

- a) Lineáris függvény, így bijektív.
 $\alpha^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{x+1}{3}$
- b) Másodfokú függvény, az I. negyedbe csak a parabola egyik szára nyúlik be, így bijektív.
 $\alpha^{-1} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, x \mapsto \sqrt{x+4} - 2$

5. Feladat.

- a) Igen c) Nem e) Nem g) Igen i) Nem
- b) Igen d) Igen f) Nem h) Igen

6. Feladat.

- a) Mindenki átköltözik az eggyel nagyobb számú szobába, és az új vendég az 1-es számú szobába mehet.
- b) Mindenki átköltözik a 999999-cel nagyobb számú szobába, és az új vendégek az első 999999 szobába mehetnek.
- c) Mindenki átköltözik a kétszer akkora számú szobába, mint amelyikben van, és az új vendégek a páratlan számú szobákba mehetnek.