Pályázat Matematikából, Középiskolásoknak

SZTE Bolyai Intézet

2013

Díjazott vagy dicséretet nyert pályamunkák rövid összefoglalói

Készítették a pályamunkák szerzői

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség
www.ujszechenyiterv.gov.hu
06 40 638 638
MAGYARORSZÁG MEGÚJUL
A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Aranymetszés a zentai építészetben

Az aranymetszés az egyik legrégebben ismert matematikai arány, amely a gyakorlatban is számtalanszor fellelhető, ellentétben sok más matematikai fogalommal. Nem csak az ember alkotta tárgyakban jelenik meg, hanem a természetben is, sőt, magában az emberben is. A munkámban összefoglaltam az aranymetszéssel kapcsolatos matematikai fogalmakat és tételeket, valamint megadtam a Fibonacci-sorozattal való kapcsolatáról szóló tétel bizonyítását. Készítettem egy rövid történeti áttekintést az aranymetszés eredetéről, történeti szerepéről, jelentőségéről. Kutatásom során ezt az arány kerestem a zentai épületekben. Nagy meglepetésemre több olyan helyen is ráakadtam, ahol nem is reméltem volna, többek között a város házánál, valamint a parkban található Pavilonnál.

Szénási Eszter
12. évfolyam, Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium, Zenta
Tanár: Dr. Péics Hajnalka

Hitel, számok, matematika

Manapság igen nehezen boldogulunk a banki ajánlatok tömkelege közt. Számok, rövidítések egyvelegén kell átrágnunk magunkat. Azt tudjuk, hogy van egy összeg, amit hitelként felvehetünk, ez kamatozik és a végén többet fizetünk vissza, mint amennyi összeget felvettünk. De azt, hogy hogyan számolhatjuk ki ezt az összeget, sokan nem tudják. Aztán az sem mindegy, hogy magánemberként, vagy vállalatként veszünk fel hitelt, hiszen a törlesztés módja különbözhet.

Másrészt nem csak hitelekkel találkozunk, hanem mi magunk is tehetünk be pénzt a bankba. Ezek az úgynevezett betétek, amiket lekötünk bizonyos kamatra, és a végén az összeg gyarapodik. Ám ez sem ilyen egyszerű, hisz kamatozik ugyan, de vannak levonások, adók, amiket fizetnünk kell. Nem mindegy, hogy lekötjük az összeget vagy sem.

Hihetetlenül sok dologra kell figyelünk, ahhoz, hogy a számunkra megfelelő hitelt megtaláljuk, vagy a nekünk leginkább megfelelő befektetést kössük. Dolgozatomban az alábbi témát jártam körül.

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség
www.ujszechenyiterv.gov.hu
06 40 638 638
MAGYARORSZÁG MEGÚJUL
A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Többet megtudhatunk a THM-ről, illetve a matematikai háttérről. Mit hogyan számolunk, mi az alapja a kamatos kamatnak, és hogy mikre kell figyelnünk.

Szerző: Perei Kitti Andrea
Felkészítő tanár: Molnár Zita
Iskola: Petőfi Sándor Evangélikus Gimnázium Mezőberény

Csigi Máté : 3D a síkban

Lehet-e 3 dimenziós objektumokat síkban ábrázolni?
Ha igen, akkor hogyan?

A kutatómunka ezekre a kérdésekre ad választ, és két eljárást mutat be, melyket alkalmazva bármely felületet ábrázolhatunk a síkban. Az első módszer lényege az, hogy egymással párhuzamos síkokkal elmetsszük az ábrázolandó objektumot, és ezen metszetek segítségével jelenítjük meg azt 2 dimenzióban. A második pedig egy egyenes körül forgatott sík és a felület metszeteit használja fel az ábrázoláshoz. A két eljárás részletes leírása megmutatja, hogy hogyan lehet bármely térbeli objektumot síkban ábrázolni.

Budapesti Fazekas Mihály Gimnázium
Tanára: Dr. Hraskó András

Nagy Bence Kristóf
Budapesti Fazekas Mihály Gimnázium
Tanárok: Dr. Hraskó András, Kiss Gergely, Surányi László, Hegedűs Pál

A kriptográfia matematikája

összefoglaló

A modern kriptográfia ma is használatos algoritmusai (illetve ezek közvetlen elődjei is) erősen matematikaalapúak. A kriptográfia a számelmélet és az algebra számos területét használja a titkosítás létrehozásához, elemzéséhez, és „feltöréséhez” is. A pályázat a következő alapvető eljárásokat mutatja be:

– a block cipherek: főbb alapfogalmak, általános áttekintés az eljárásokról és feltörhetőségükről, külön kitérve a Digital Encryption Standard (DES) és Advanced Encryption Standard (AES) módszerekre;

– a kulcsmegosztás problémája: rövid összefoglaló a kérdéskör lényegéről, illetve a megoldásáról;

– a nyilvános kulcsú titkosítások: az RSA, a Rabin és az ElGamal algoritmusok működése (kódolás és dekódolás);

– a digitális aláírások: a különböző típusú általános módszerek az üzenetek forrásának ellenőrzésére;

továbbá kitér a kriptográfiában fontos szerepet játszó véletlenszámok problematikájára is. Mindezen kriptográfiai módszereket matematikai szemszögből közelíti meg, megemlítve a két tárgyterület egymáshoz való viszonyát is.

A matematika gazdasági alkalmazásai

Pákai Renáta, Ruff Tímea - Technológiai Líceum, XI osztály

Irányítótanár: Ruff Zsófia

Számos olyan területe van a matematikának, melyet a gazdasági életben alkalmaznak. A mai körülmények között minden fiatalnak hasznos, hogy eligazodjon a bankok világában.

A termelésben is igen fontosak a matematika eredményei. Sokan indítanak kisvállalkozást és talán érdemes azon elgondokodni, hogyan lehet nyereségessé tenni egy vállalatot, milyen matematikai modellek lehetnek a segítségünkre.

I. A kamat valamely felvett kölcsön után fizetendő használati díj.

Az *egyszerű kamatozás* során a kiinduló összeg bizonyos százalékban kifejezett hányadát szabályos időközönként (kamatperiódus) hozzáadják a tőkéhez.

A kamatos kamat a lekötött betéteknél azt jelenti, hogy a lekötési periódus végén a lekötött összegre elszámolt kamatot hozzáírjuk az alaptőkéhez, így a következő lekötési periódusban már egy megnövelt alaptőke kamatozik**.**

A *folyamatos kamatozás* esetében a kamatfizetés technikailag minden időpillanatban történik. Bár a mindennapi életben nem találkozhatunk vele, de a bankoknál rendszeresen alkalmazzák, mivel a számítások több esetben jelentősen egyszerűsödnek vele.

II. A profit valamely gazdasági tevékenység során felmerült, számszerűen kifejezett bevételek és ráfordítások, költségek különbsége.

A gazdasági életben minden vállalkozó, gazdasági szakember arra törekszik, hogy a vállalat profitját maximalizálja. A profit maximizálásának meghatározásához a lineáris programozást és a mátrixokkal való műveleteket felhasználtuk fel.

Kúpszeletek

Bíró Arnold, Dandei Szabolcs - Technológiai Líceum, XII. osztály

Irányítótanár: Ruff Zsófia

A *matematikában a kúpszelet olyan síkgörbe, mely egy egyenes körkúp és sík metszeteként jön létre. A nem degenerált kúpszeleteket már i. e. 200 körül felismerték és nevet adtak nekik, amikor is a pergai Apollóniosz (*kb. i.e. 265 – i.e. 190) „Kúpelemek" (Konika) főművében *tanulmányozta tulajdonságaikat. Éredekesek, mint mértani helyek, de érdeklődésünket elsősorban azok a gyakorlati alkalmazások keltették fel, amelyekkel a fizika, csillagászat terén találkoztunk.*

A kört leszámítva az iskolában tanultakkal egyenértékű értelmezést adhatunk az *excentricitás* fogalmának segítségével és tanulmányozhatjuk a Dandelin-gömbök segítségével is.

A kúpszeletek matematikai tulajdonságait felhasználják a gyakorlatban.

Az ellipszis egyik fókuszában elhelyezett fényforrásból kiinduló tetszőleges fénysugár az ellipszisről való visszaverődés után a másik fókuszon fog átmenni. A parabola tengelyével párhuzamos fénysugarak a paraboláról visszaverődve a fókuszban futnak össze vagy fordítva a parabola fókuszából kiinduló fénysugarakat a parabola a tengelyével párhuzamosan veri vissza.

A gyakorlatban elsősorban a parabola optikai tulajdonságait alkalmazzák (parabolikus tükrök, parabolikus antennák).A XVII. Század első felében Galileo Galilei kimutatta, hogy a ferdén elhajított testek pályája egy parabola íve, Johannes Kepler pedig azt, hogy a bolygók pályája, melyen a Nap körül mozognak, ellipszis, melynek a fókuszpontjában a Nap található.

Háromszögek területfelezése

A dolgozat témája a háromszögek területfelezése és ezek bizonyítása.
A derékszögű háromszög esetén először a súlyvonallal, majd egy merőlegessel végül pedig egy tetszőleges pontból feleztük. A merőleges helyének számítása algebrai úton történt, itt a szerkesztés lépéseit is kifejtettük. A másik két bizonyítás a geometriára támaszkodik. Tetszőleges háromszögben is az előbb említett típusok szerint feleztük a háromszögek területét. A merőleges helyét itt is algebra segítségével számítottuk ki, és a súlyvonalas felezés valamint a tetszőleges pontból húzott egyenes szintén geometriai tételek alapján bizonyítottuk. Az összes feladat megoldható a tízedikes tananyag alapján.
Ha kilencedik osztályban szeretnék megoldani a szögfüggvények helyett, hasonlósági arányokat is használhatunk.
A területfelezések négyszögekre is tovább terjeszthetőek.
Gyula, 2013.10.06.
Ficzere Szonja dolgozatösszefoglalója
Erkel Ferenc Gimnázium, Gyula
Tanára: Tóth István

Dolgozatomban a téglalapmódszerrel foglalkozom.

Azért választottam ezt a témát, mert már a *címből* kiindulva szimpatikusnak hangzott és nagyon elnyerte tetszésem az, hogy egyben látványosan és könnyűszerrel lehet megoldani különböző problémacsoportot. Ez a módszer, „trükk" különösen akkor előnyös, ha a feladatban két mennyiség szorzata szerepel, ugyanis ekkor a szorzatot egy olyan téglalap területével szemléltethetjük, amelynek oldalhosszai az adott mennyiségek.

De mi is a a téglalapmódszer lényeg? A téglalapmódszer lényege a következő: egy téglalapot átalakítunk egy vagy több téglalappá, úgy, hogy a területe egyenlő az adott téglalap területével,

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség
www.ujszechenyiterv.gov.hu
06 40 638 638
MAGYARORSZÁG MEGÚJUL
A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

illetve két vagy több téglalap területének összegével. Munkámban két problémacsoportra térek ki: a mozgással kapcsolatos feladatok megoldására, valamint a keverési feladatok megoldására vonatkozóan.Mozgással kapcsolatos feladatokon olyan feladatokat értünk, amelyeknek adatai, illetve ismeretlenjei között az út (jelöljük: s), a sebesség (jelöljük: v), és az idő (jelöljük: t) szerepel.A keverék-és ötvözetszámítással kapcsolatos feladatok eredete a gyakorlatban keresendő (pl. kereskedelem, vegytan stb).

Végül, mindkét eljárást gyakorlatokkal, ábrákkal szemléltetem.

Diák: Kis Krisztina

Iskola: Arany János Elméleti L*í*ceum

Felkész*í*tő tanár: Jámbor Csilla

Maga Balázs és Török Mihály:Háromszögszámok és négyzetszámok összegéről

Budapesti Fazekas Mihály Gimnázium

Tanárok: Dr. Hraskó András, Kiss Gergely, Dr. Urbán János, Hegedűs Pál, Dr. Surányi László, Dobos Sándor, Nemecskó István, Dr. Pluhár Gabriella

Az alábbiakban azzal fogunk foglalkozni, hogy mely számok állnak elő két négyzetszám összegeként, illetve melyek két háromszögszám összegeként. Az előbbi jobban ismert téma, de azért röviden felvázoljuk. Az utóbbi ehhez szorosan kapcsolódik, mint látni fogjuk. Emellett foglalkozunk a két kisebb négyzetszám összegeként előálló négyzetszámokkal, valamint a két kisebb háromszögszám összegeként előálló háromszögszámokkal. Végezetül eme négy számhalmaznak egyfajta sűrűségével fogunk foglalkozni új definíciók alapján

---

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség
www.ujszechenyiterv.gov.hu
06 40 638 638
MAGYARORSZÁG MEGÚJUL
A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Kilenc parkettázási feladat

A cikk adott méretekkel rendelkező téglalapok különféle alakzatokkal történő parkettázásáról szól. Egy áttekintést kíván nyújtani a parkettázási problémák megoldásának legalapvetőbb módszereiről, kilenc feladat megoldásának bemutatásán keresztül. Az Olvasó megismerheti, hogy a téglalap alkalmas módon történő kiszínezése miképp lehet segítségünkre lehetetlenségi bizonyítások készítésében, majd érdekes konstrukciós példákkal találkozhat. Az utolsó feladatok pedig a teljes indukció, illetve a végtelen leszállás módszerének erejét mutatják be, és szó esik a komplex számok ilyen irányú alkalmazásairól is.

Williams Kada
Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium
Tanára: Schultz János

Makk László Somogyvári Kristóf:
SZTE Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium
Tanárok: Sörös Katalin, Tarcsay Tamás

A láthatatlan információ

A pályázatban két, talán kevéssé ismert problémával, rejtvénnyel (és azok továbbgondolásával) foglalkozunk. Közös elem bennük, hogy a végrehajtáshoz, megfejtéshez szükséges információ valamilyen, intuíciónak ellentmondó módon kerül átadásra. Első hallás után, még matematikus gondolkodással is (valószínűleg) lehetetlennek hangzik mindkét feladat.
Az egyik rejtvény valójában egy mutatvány, melyben két előadó van. Egy néző húz öt lapot egy pakli francia kártyából, ebből egyet visszakap az egyik előadótól. Az ő társa, ezek után a megkapott négy lapból „mágikusan" kitalálja az ötödiket.
A másik fejtörő száz – magánzárkákban őrzött – elítéltről szól. A börtönigazgató nap mint nap pontosan egyiküket (teljesen véletlenszerűen) kiválasztja, és egy külön szobába elvezeti. Ezen a szobán, pontosabban az itt található villanykörtén keresztül tudnak a rabok egymásnak üzenni. A „játék" addig tart, míg a rabok ebből az egyetlen logikai értékből ki nem következtetik, hogy volt-e már mindegyikük a szobában. A stratégiák várható idejét vizsgáljuk.
Nem is gondolnánk, hogy jelentéktelennek tűnő apróságok is mennyi információ-tartalommal bírhatnak (mint pl. a fény igaz-hamis állapota). Ha valakit érdekelnek a matematikai és logikai jellegű fejtörők, bátran ajánljuk neki ezt a pályamunkát.

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség
www.ujszechenyiterv.gov.hu
06 40 638 638
MAGYARORSZÁG MEGÚJUL
A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.