

Szigeteljünk! – Egy kutatási téma középiskolásoknak

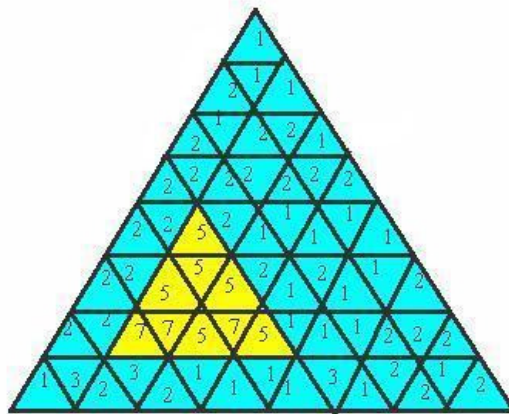
K. Horváth Eszter, SZTE Bolyai Intézet

<http://www.math.u-szeged.hu/~horvath>

Ritkán adódik egy középiskolás számára, hogy *élő* kutatási témával foglalkozhat. Ilyesmire a legtöbb esetben csak egyetem elvégzése után nyílik lehetőség, mivel a témák megértéséhez legtöbbször legalábbis egyetemi szintű ismeretek szükségesek. A szigetek témája - mint kutatási téma – a közelmúltban alakult ki. Annak ellenére, hogy kapcsolatban áll magasabb matematikai ismeretekkel, olyan – összetett, érdekes, változatos - kérdések is felbukkantak már a legelső vizsgálatok során, amelyek megoldásához középiskolás eszközök is elegendők.

Legyen adott egy rács, amelynek celláiba például valós számokat írunk. Először definiáljuk, hogy mikor tekintünk két cellát szomszédosnak. Ezután rögzítünk egy alakzatfajta a rácson, például lehet ez téglalap vagy háromszög. Ezt a rögzített alakzatot *szigetnek* nevezzük, ha a celláiba írt számok mind nagyobbak, mint azokba a cellákba írt számok, amelyek szomszédosak az alakzat valamelyik cellájával. A baloldali ábrán egy téglalapszigetet, a jobboldali ábrán egy háromszögszigetet látunk világosabb színnel bejelölve.

1	2	1	2	1
1	5	7	2	2
1	7	5	1	1
2	5	7	2	2
1	2	1	1	2
1	1	1	1	1



A sziget kombinatorikai fogalom, vizsgálata először a kódoláselmélet, majd az algebra kutatásakor került elő, de azóta bizonyos sorozatok vizsgálata és a gráfok is hasznosnak bizonyultak a témában, sőt időnként geometriai ismeretek is szükségesek. Eddig a szigetek maximális számának meghatározása tűnt a legérdekesebb és legfontosabb kérdésnek különféle véges kiterjedésű rácsokon. Az $m \times n$ -es négyzetrácson legelőször Czédli Gábor határozta meg a téglalapszigetek maximális számát, az eredmény:

$$f(m, n) = \left\lfloor \frac{mn + m + n - 1}{2} \right\rfloor.$$

Egyes esetekben csak felső és alsó becslés ismert, pontos formula még nincs.

Az előadáson az eddigi eredményeket és a témában eddig hasznosnak bizonyult bizonyítási módszereket ismertetem. Valószínűleg megoldatlan problémákat is fogok említeni, bár ezeken a kérdéseken jelenleg is többen dolgoznak.

Javaslataim a beadandó dolgozat témájára:

1. Szakköri vázlat a témából, szakmódszertani megjegyzésekkel, különféle életkorokra és iskolatípusokra „méretezve”
2. Középiskolás feladatok gyűjtése és rendszerezése, amelyek megoldási módszerei kapcsolatba hozhatók az előadáson megismert problémák megoldási módszereivel
3. Újabb szigetes problémák és azok megoldásai, megoldott problémák új megoldásai
4. Szigetek szemléltetése (számítógéppel is)

Az előadás kivetítésének anyaga az előadást követően az előadó honlapján elérhető lesz.