TÁMOP-4.2.3-12/1/KONV-2012-0035

Díjazott vagy dicséretet nyert pályamunkák rövid összefoglalói a „Pályázat Matematikából, Középiskolásoknak” c. versenyen

Készítették a pályamunkák szerzői

SZÉCHENYI 2020

MAGYARORSZÁG KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális Alap

BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Várkonyi Dorka
Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium
Tanárok: Schultz János, Mike János

Gubancok absztrakt

A dolgozatomban kötelekkel foglalkozom, ezek különféle összecsomózásával, gubancolásával. Érdeklődésemet bűvészmutatványok keltették fel, melyekben különféle trükkös csomózásokat használnak a sikeres szemfényvesztés érdekében.
Conway a **racionális gubanc**okat egyfajta körtánccal állítja elő, melyben 4 táncos szerepel, akik egy négyzet egy-egy csúcsában állnak. A két felső táncos egy kötél 2 végét fogja, a két alsó pedig egy másik kötél két végét. A táncban csak két fajta lépés van, ezekkel tudjuk módosítani a gubancot. Ez a két fajta lépés: a *csavarás* és a *forgatás*.
A ***csavarás*** lépésnél a két jobb oldalon álló táncos helyet cserél úgy, hogy a fölső táncos az alsó táncos fölött emeli át a kötelét.
A ***forgatás*** lépés során mind a négy táncos egy hellyel arrébb megy az óramutató járásával megegyező irányba (így a jobb fölső a jobb alsó helyre, a jobb alsó a bal alsó helyre, a bal alsó a bal fölső helyre, a bal fölső pedig a jobb fölső helyre megy).
Ha ezt a lépést elvégezzük négyszer egymás után, akkor mind a négy táncos visszaér az eredeti helyére.
Conway trükkje abban áll, hogy a 2 fajta lépés alkalmazásával ki lehet gubancolni az ilyen módon összetekeredett köteleket.
A dolgozatban megmutatjuk, hogyan lehet a racionális gubancokhoz racionális számokat rendelni. Belátjuk, hogy minden racionális számhoz tartozik racionális gubanc. Ehhez kapcsolódik Conway tétele: két racionális gubanc akkor és csak akkor azonos egymással, ha az értékük megegyezik. Vizsgáljuk a gubancok kigubancolását, láthatjuk, hogyan segítik ezt a számok, amelyek a lépéssorok rövidítését is megkönnyítik.
A gubancok a csomóelméletben azért fontosak, mert számok alapján könnyen eldönthető, hogy azonosak-e, a biológiában pedig a DNS-ek modellezésénél használják.

A „véletlen egyjegyű számgenerátor”

Készítette: Hundzsa Ferenc, Jenei István, Szombati Sándor
Erkel Ferenc Gimnázium 10. b
osztály
Tanár: Borbola Tímea

A számjegyek összegzésének vizsgálata mára elfeledett ága lett a matematikának.
"Lehetnek köztük összefüggések? Általános szabályt mondhatunk két-, három-, többjegyű számok

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

számjegyeinek összegére?" - tettük fel magunknak a kérdést.
Az első felfedezett összefüggéseink között volt, hogy bármilyen pozitív egész számban a számjegyek összegzését annyiszor elvégezve, amíg egyjegyű számot nem kapunk, minden pozitív egyjegyű szám azonos gyakorisággal fordul elő, vagyis bármilyen pozitív egész n esetén az s(s(s … (n)…)) = k egyenletnek egyenlő számú megoldása van, ahol k egyjegyű pozitív egész szám és s(n) az n szám számjegyeinek összege.
Vizsgálódásunk során egy átlátható, szép rendszert sikerült alkossunk, a talált összefüggéseket algebrai és szemléletes úton is bizonyítva.
Végül csakis ezen "felfedezésekkel" megalkottunk egy véletlenszám-generátort, amely a mindennapokban is használható, így dolgozatunkban a felelő kiválasztásánál könnyen alkalmazható módszert dolgoztunk ki, amelyben a tanulók egyenlő eséllyel indulnak.

Művészet a matematikában, matematika a művészetben

Szerző: Korcsok Anna

Felkészítő tanár: Szép Katinka

Iskola: Petőfi Sándor Evangélikus Gimnázium és Kollégium, Mezőberény

Munkámban a matematika és a művészetek közötti tagadhatatlan, szoros kapcsolatot mutattam be. Leginkább az aranymetszésre tértem ki, amelynek oka, hogy nagyon megtetszett a művészetben betöltött szerepe, hogy milyen széles körben fellelhető, és mégis mennyire rejtve. Hiszen az aranyarány megtalálható az ókori építészettől kezdve Bartók zenéjén keresztül a festészetben, az irodalomban és a fényképészetben is.

Azon arányként ismertettem az aranymetszést, mint azt a metszéspontot, mely úgy osztja ketté az egészet, hogy a nagyobbik rész úgy arányoljék az egészhez, mint a kisebbik a nagyobbhoz. Az ismertetés után példákat és kapcsolódó fogalmakat mutattam be, mint például: az aranynégyszög, az aranyszög és az aranyspirál.

Azért, hogy bemutassam, mennyire is jelen van bennünk tudattalanul is a harmónia aránya, saját festményeimet hoztam példaképpen, melyeket még akkor festettem, mikor nem ismertem az aranyarányt.

Célom az volt csupán, hogy megmutassam, hogy mennyire magával ragad a matematika és a művészet kapcsolata

---

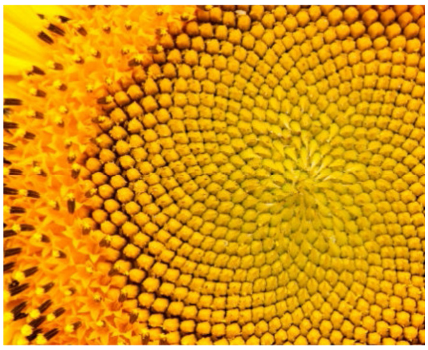
SZÉCHENYI 2020
Magyarország Kormánya
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Németh Csilla és Papvári Dániel
SZTE Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium
Tanárok: Vargáné dr. Nádházi Ágnes, Tarcsay Tamás

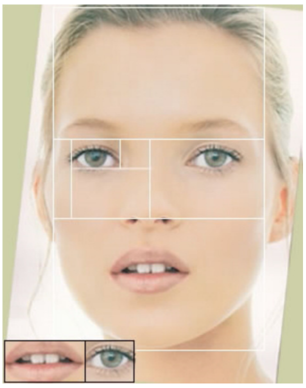
Absztrakt – A Fibonacci sorozat

Dolgozatunk célja, hogy bemutassa a Fibonacci sorozatot és annak néhány érdekes tulajdonságát, valamint, hogy miért is fontos a matematikában és az életünkben. Magát a sorozatot úgy képezzük, hogy a második tagtól kezdve összeadjuk az előtte álló kettőt, tehát az első *4* tag: *1,1,2,3*.

Munkánk elkészítéséhez elsősorban már meglévő ismereteinket használtuk, de az internetről



és tanárainktól is szereztünk hasznos információkat. Pályázatunkban bemutatásra kerül a sorozat rövid története, megadási módjai, néhány érdekes tulajdonsága és azok bizonyítása, illetve a természetben és művészetekben való megjelenési formái. A tételekre próbáltunk egyszerű, világos bizonyításokat adni, hogy emelt szintű matematikai tudás nélkül is megérthetőek legyenek. A binomiális együtthatók taglalására viszont nem tértünk ki. A természetben is előforduló Fibonacci spirálok szemléltetésére képeket használtunk, de a sorozat számai is sok helyen előfordulnak, pl. a virágok szirmainak lehetséges száma is csak Fibonacci szám lehet *(3,5,8)*. Kitértünk továbbá az emberi testen felfedezhető arányokra, illetve a művészetekben való alkalmazásokra is. Még a zene világában is találkozhatunk vele. Ezen kívül a matematika más területein is megjelennek ezek a számok, például a geometriában (és így az építészetben), illetve a Pascal háromszögben.



Varga Erika
Makói József Attila Gimnázium
Tanára: Szilágyi Judit

A zene mindenkié, ez alól a matematikusok sem kivételek

Pályázatom címét Kodály Zoltán világhírű magyar zenepedagógusunk mottója ihlette, amelyet egy kicsit továbbgondoltam. Többen úgy gondolják, hogy a matematika és a zene között ég és föld a különbség. Szerintem ez nem így van, ezt igyekeztem pályázatomban

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

megmutatni.

A pályamunkám két részre osztható. Az első részében a püthagoreusok zeneelméletével foglalkoztam, a harmóniák számokkal való kifejezése, valamint ezek aránypárként való leírása vezeti fel ezt a részt. Szó esik arról, hogy a harmóniatan milyen hatással volt a térgeometriára, valamint, hogy különböző hangintervallumokat hogyan lehet kiszámolni, és erre vonatkozólag milyen szabályt állítottak fel a püthagoreusok. A második részében a zenében megjelenő arányokat és sorozatokat vizsgáltam. Ezek közül is az $a_1=1$, $q=2$ mértani sorozat jelentőségére találtam példát a klasszicista zenében, Mozart egy közismert zongoraszonátájában. A Fibonacci számsorozat és az aranymetszés is fellelhető ősi stílusú népdalaink dallamvilágában. Bartók Béla ezeket már tudatosan alkalmazza műveiben, úgy a zenéjének harmóniavilágában, mint a formai és időbeli tagolásában. Bartók zenéjének egyik legfőbb forrása a magyar népzene, így belátható, hogy a kapcsolat nem véletlen. A pályázatomból még az is kiderül, hogy a kromatikus skála hogyan írható fel egy mértani sorozatként. A leírtak alapján talán többen közelebbinek érezhetjük magunkhoz Boulez azon állítását mi szerint „a zene legalább annyira tudomány, mint művészet.”

Virágh Dániel
Makói József Attila Gimnázium
Tanára: Szilágyi Judit

A logaritmus alkalmazásai
(Összefoglaló)

Dolgozatomban arra kerestem választ, hogy az egyes tudományágak, tantárgyak, a gyakorlati élet különböző területei milyen problémák megoldására használják a logaritmus fogalmát és azonosságait, a logaritmikus függvényeket, egyenleteket és egyenlőtlenségeket.

A gyakorlatban nagyon sok olyan problémával találkozhatunk, amely exponenciális egyenlet vagy egyenlőtlenség megoldására vezet. Ezeket a logaritmus segítségével tudjuk megoldani.

A példákban a kamatos kamat számításnál két bankot hasonlítottam össze, különböző elhelyezett tőkével és kamatlábbal, és arra kerestem választ mikor lesz a két betét értéke egyenlő.

A biológiai példában a populáció számának változásánál egy állatfaj veszélyezetté nyilvánításának legkorábbi időpontját számoltam ki.

A szociológiai példában a népességszám alakulását vizsgáltam, hogy mikor éri el a népességszám az adott értéket, a feladat másik részében

visszakerestem, hogy melyik évben érte el az adott értéket.

De a logaritmus segítségével tudtam azt is kiszámolni, hogy:

– a videofilmek másolásakor hogyan romlik egy film képminősége,

– a fizikában az egyes radioaktív anyagok egy része mikor bomlik el,

– a régészek hogyan becsülik meg az egykori élőlények leleteinek korát.

Dolgozatomban ezekre mutatok egy-egy részletes példát.

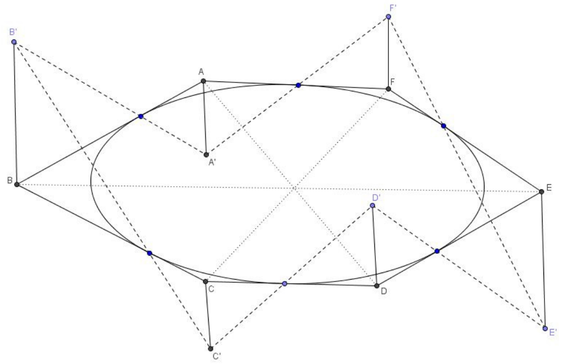
Gyulai-Nagy Szuzina
Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium
Tanárok: Ábrahám Gábor és Tigyi István

Kalandozások a dimenziók között

Dolgozatomban olyan (elsősorban geometriai) tételeket, feladatokat mutatok be, amelyek megoldása során „dimenziót lépünk”, azaz a 2 dimenziós problémát 3 dimenzióba lépve oldjuk meg, ill. egy érdekes példa erejéig 1 dimenzióból lépünk 2 dimenzióba.

Néhány ismert tétel újszerű bizonyításával ismertetjük meg a dimenziólépést, amelyet aztán versenyfeladatok megoldására használunk. A gömbön mozgó főkör problémáját síkbelivé egyszerűsítjük, ahol a megoldás kézenfekvő. Végül a számegyenes pontjainak színezését síkbeli színezési problémaként oldjuk meg pár szép észrevétel segítségével.

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE



Úgy dolgoztam, hogy bármely – matematika iránt érdeklődő – középiskolás olvasó megértse az írást, tehát nem oldunk meg parciális differenciálegyenleteket, sőt a komplex függvényanalízis rejtelmeiben sem mélyedünk el, bármilyen izgalmas téma is lenne.

Ennek ellenére nagyon szép problémákkal találkozhatunk, melyekre kifejezetten szép és egyszerű megoldásokat adunk. Érdemes megismerkedni ezzel a trükkel, hiszen több oldalas bonyolult számolások helyett pár ötletes gondolat eredményhez vezethet.

Kis Krisztina
Arany János Elméleti Líceum Nagyszalonta
Tanára: Jámbor Csilla

DIOPHANTOSZI egyenletek

Az általam választott téma a diophantoszi egyenletek és ezek megoldása.

A diophantoszi egyenletek megoldásainak kérdése az ókorba nyúlik vissza. A diophantoszi egyenletek nevüket valószínüleg a Babilonból Görögországba származott Diophantoszról kapták.

Bármely megoldásra kitűzött diophantoszi egyenlet esetében a következő feladatokat kell megoldanunk:

- El kell döntenünk valamilyen eljárással, hogy megoldható-e az egyenlet vagy pedig megoldhatatlan.
- Meg kell állapítanunk, hogy a megoldások száma véges-e, vagy pedig végtelen és ha véges, meg kell adnunk a megoldások pontos számát, vagy ha ez nem lehetséges, meg kell adnunk a megoldások számának egy jó felső korlátját.
- Véges számú megoldás esetén képletet vagy eljárást kell adnunk, amellyel minden megoldás előállítható.

Lássunk egy egyszerűbb diophantoszi egyenletet:

Bizonyítsuk be, hogy az alábbi diophantoszi egyenlet megoldhatatlan:

$$\boxed{6x+12y=8}$$

A $6x+12y=8$ egyenlet megoldhatatlan, mert baloldala minden egész x és y esetén osztható 3-mal, jobboldala pedig sohasem osztható 3-mal.

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Dolgozatomban az első- és másodfokú diophantoszi egyenletekkel valamint az $x^2-ay^2=b$ egyenlet racionális számokkal való megoldásával foglalkozom.

Dolgozatom zárásaképpen, a kiváló ókori matematikus életét mutattam be, akinek a nevéhez fűződik ez az egyenlet. Mivel ez matematika és nem irodalom, a „bemutatás” matematikai logikával és persze a diophantoszi egyenlet segítségével történt.

Kotogány Bettina
Szegedi Deák Ferenc Gimnázium
Tanárok: Kotogány Csaba, Tóth Julianna

Négyszín- sejtés, avagy egy tétel születése

Az esszém egy, a XIX. században felmerült problémával, az ún. négyszín- sejtéssel foglalkozik. Dolgozatom elején a probléma megoldására irányuló erőfeszítések nehezen induló karrierjét mutatom be. Ahogy írásommal haladok előre az időben, úgy vázolom fel, hogyan válik a matematikusok és lelkes amatőrök számára is egyre izgalmasabbá ez a sejtés mind a mai napig, miként fogalmazódik meg maga a tétel.

A feladat megoldására való törekvés a rejtvényt gráfelméleti kérdéssé formálta, így a bizonyítást is a gráfelméletben keresik, az informatika segítségét igénybe véve. „Hagyományos úton” történő bizonyítása nyitott probléma. A négyszín- tétel volt az első olyan nevezetes tétel, amelyet egy számítógépes program segítségével bizonyítottak be. 2004-ben Benjamin Wernernek és Georges Gonthiernek sikerült a tétel bizonyításának formális leírása a Coq tételbizonyító rendszerben. Az ilyen formában adott bizonyítást azonban számos matematikus nem fogadja el. Ahogy akkoriban mondták: „egy jó matematikai bizonyítás olyan, mint egy költemény; ez inkább olyan, mint a telefonkönyv!”

A dolgozatom további részében megvizsgálom, hogy ha az elmélet igaz egy síkfelületre, akkor vajon igaz-e egy gömbfelületre, illetve hogyan érvényesülnek a dimenzionális és matematikai törvények a tóruszra.

Varga Erika
Makói József Attila Gimnázium
Tanára: Szilágyi Judit

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

A zene mindenkié, ez alól a matematikusok sem kivételek

Pályázatom címét Kodály Zoltán világhírű magyar zenepedagógusunk mottója ihlette, amelyet egy kicsit továbbgondoltam. Többen úgy gondolják, hogy a matematika és a zene között ég és föld a különbség. Szerintem ez nem így van, ezt igyekeztem pályázatomban megmutatni.

A pályamunkám két részre osztható. Az első részében a püthagoreusok zeneelméletével foglalkoztam, a harmóniák számokkal való kifejezése, valamint ezek aránypárként való leírása vezeti fel ezt a részt. Szó esik arról, hogy a harmóniatan milyen hatással volt a térgeometriára, valamint, hogy különböző hangintervallumokat hogyan lehet kiszámolni, és erre vonatkozólag milyen szabályt állítottak fel a püthagoreusok. A második részében a zenében megjelenő arányokat és sorozatokat vizsgáltam. Ezek közül is az $a_1=1$, $q=2$ mértani sorozat jelentőségére találtam példát a klasszicista zenében, Mozart egy közismert zongoraszonátájában. A Fibonacci számsorozat és az aranymetszés is fellelhető ősi stílusú népdalaink dallamvilágában. Bartók Béla ezeket már tudatosan alkalmazza műveiben, úgy a zenéjének harmóniavilágában, mint a formai és időbeli tagolásában. Bartók zenéjének egyik legfőbb forrása a magyar népzene, így belátható, hogy a kapcsolat nem véletlen. A pályázatomból még az is kiderül, hogy a kromatikus skála hogyan írható fel egy mértani sorozatként. A leírtak alapján talán többen közelebbinek érezhetjük magunkhoz Boulez azon állítását mi szerint „a zene legalább annyira tudomány, mint művészet.”

Jámbor Ágnes
Arany János Elméleti Líceum, Nagyszalonta
Tanára: Jámbor Csilla

Tartalom

Dolgozatom során szerettem volna bemutatni, hogy a matematika nem feltétlenül egy száraz, egzakt tudomány. Ennek bizonyításául a valószínűség fogalmát vettem segítségül. Dolgozatom taglalja a valószínűség eredetét, elméletét, számítását és még sok más érdekességét. Ezen kívül jelen vannak még, az ugyancsak a valószínűségelméletre alapozott más elméletek, mint a Bayes-tétel illetve a születésnap-paradoxon. Remélem, hogy dolgozatommal sikerül mindenki kíváncsiságát felkeltenem a matematika iránt.

SZÉCHENYI 2020
Magyarország Kormánya
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE