**Érettségi feladatsorok (2005-2006-2007.)**

**2005. május 10. középszint:**6. Egy rendezvényen 150 tombolajegyet adtak el. Ági 21-et vásárolt. Mekkora annak a valószínűsége, hogy Ági nyer, ha egy nyereményt sorsolnak ki? (A jegyek nyerési esélye egyenlő.)

11. A szóbeli érettségi vizsgán az osztály 22 tanulója közül az első csoportba öten kerülnek.
a) Hányféleképpen lehet a 22 tanulóból véletlenszerűen kiválasztani az első csoportba tartozókat?
Először mindenki történelemből felel.

b) Hányféle sorrendben felelhet történelemből az 5 kiválasztott diák?

**2005. május 28. középszint:**8. Egy lakástextil üzlet egyik polcán 80 darab konyharuha van, amelyek közül 20 darab kockás. Ha véletlenszerűen kiemelünk egy konyharuhát, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy az kockás?

15. A 4×100-as gyorsváltó házi versenyén a döntőbe a Delfinek, a Halak, a Vidrák és a Cápák csapata került.
d) Hányféle sorrend lehetséges közöttük, ha azt biztosan tudjuk, hogy nem a Delfinek csapata lesz a negyedik?
e) A verseny után kiderült, hogy az élen kettős holtverseny alakult ki, és a Delfinek valóban nem lettek az utolsók. Feltéve, hogy valakinek csak ezek az információk jutottak a tudomására, akkor ennek megfelelően hányféle eredménylistát állíthatott össze?

18. c) 32 tanuló jár az A osztályba, 28 pedig a B-be. Egy ünnepélyen a két osztályból véletlenszerűen kiválasztott 10 tanulóból álló csoport képviseli az iskolát. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mind a két osztályból pontosan 5–5 tanuló kerül a kiválasztott csoportba?

**2005. május 29. középszint:**7. Egy dobozban 50 darab golyó van, közülük 10 darab piros színű. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy golyót véletlenszerűen kihúzva pirosat húzunk? (Az egyes golyók húzásának ugyanakkora a valószínűsége.)

14. c) A focira jelentkezett 19 tanulóból öten vehetnek részt egy edzőtáborban. Igazolja, hogy több mint 10 000-féleképpen lehet kiválasztani az öt tanulót!

18. Anna, Béla, Cili és Dénes színházba megy. Jegyük a bal oldal 10. sor 1., 2., 3., 4. helyére szól.
a) Hányféle sorrendben tudnak leülni a négy helyre?
b) Hányféleképpen tudnak leülni a négy helyre úgy, hogy Anna és Béla egymás mellé kerüljenek?
c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Anna és Béla jegye egymás mellé szól, ha a fenti négy jegyet véletlenszerűen osztjuk ki közöttük?

**2005. május 10. emelt szint:**2. b) Ha valaki sohasem hallott a gráfokról, és mégis kitölti a fenti táblázatot, akkor mekkora valószínűséggel lesz helyes mind a négy válasza? (A,B,C,D oszlopok, Igaz/Hamis)
d) Fogalmazzon meg egy olyan szöveges feladatot, amelynek a megoldása így számítható ki: $\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{17}{2}\right)$.

5. Egy város 18 étterme közül 11-ben reggelit, 11-ben vegetáriánus menüt lehet kapni, és 10-ben van felszolgálás. Mind a 18 étterem legalább egy szolgáltatást nyújt az előző három közül. Öt étteremben adnak reggelit, de nincs vegetáriánus menü. Azok közül az éttermek közül, ahol reggelizhetünk, ötben van felszolgálás. Csak egy olyan étterem van, ahol mindhárom szolgáltatás megtalálható.
c) A Kiskakas étteremben minden vendég a fizetés után nyereménysorsoláson vehet részt. Két urnát tesznek elé, amelyekben golyócskák rejtik a város egy-egy éttermének nevét. Az A urnában a város összes vendéglőjének neve szerepel, mindegyik pontosan egyszer. A B urnában azoknak az éttermeknek a neve található – mindegyik pontosan egyszer –, amelyekben nincs felszolgálás. A vendég tetszés szerint húzhat egy golyót. Ha a húzott étteremben van reggelizési lehetőség, akkor a vendég egy heti ingyen reggelit nyer, ha nincs, nem nyer. Melyik urnából húzva nagyobb a nyerés valószínűsége?

**2005. október 25. középszint:**11. Egy iskolának mind az öt érettségiző osztálya 1-1 táncot mutat be a szalagavató bálon. Az A osztály palotást táncol, ezzel indul a műsor. A többi tánc sorrendjét sorsolással döntik el. Hányféle sorrend alakulhat ki? Válaszát indokolja!

13. c) Egy másik iskola sportegyesületében 50 kosaras sportol, közülük 17 atletizál is. Ebben az iskolában véletlenszerűen kiválasztunk egy kosarast. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott tanuló atletizál is?

17. c) Egy hatszög alapú gúla oldallapjait hat különböző színnel festik be úgy, hogy 1-1 laphoz egy színt használnak. Hányféle lehet ez a színezés? (Két színezést akkor tekintünk különbözőnek, ha forgatással nem vihetők át egymásba.)

**2005. október 25. emelt szint:**2. Aladár, Béla, Csaba, Dani és Ernő szombat délutánonként együtt teniszeznek. Mikor megérkeznek a teniszpályára, mindegyik fiú kezet fog a többiekkel.
a) Hány kézfogás történik egy-egy ilyen közös teniszezés előtt? Legutóbb Dani és Ernő együtt érkezett a pályára, a többiek különböző időpontokban érkeztek.
b) Hány különböző sorrendben érkezhettek ezen alkalommal?
c) A fiúk mindig páros mérkőzéseket játszanak, ketten kettő ellen.(Egy páron belül a játékosok sorrendjét nem vesszük figyelembe, és a pálya két térfelét nem különböztetjük meg.) Hány különböző mérkőzés lehetséges?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Érdemjegy** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** |
| **Tanulók száma** | 4 | 7 | 9 | 8 | 2 |

6. A következő táblázat egy 30 fős kilencedik osztály első félév végi matematikaosztályzatainak megoszlását mutatja:

c) Véletlenszerűen kiválasztjuk az osztály egy tanulóját. Mi a valószínűsége annak, hogy ez a tanuló legalább 3-ast kapott félév végén matematikából?

d) Két tanulót véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége annak, hogy érdemjegyeik összege osztható 3-mal?

**2006. február 21. középszint:**5. Egy öttagú társaság egymás után lép be egy ajtón. Mekkora a valószínűsége, hogy Anna, a társaság egyik tagja, elsőnek lép be az ajtón?

16. Egy osztály történelem dolgozatot írt. Öt tanuló dolgozata jeles, tíz tanulóé jó, három tanulóé elégséges, két tanuló elégtelen dolgozatot írt.
c) A párhuzamos osztályban 32 tanuló írta meg ugyanezt a dolgozatot, és ott 12 közepes dolgozat született. Melyik osztályban valószínűbb, hogy a dolgozatok közül egyet véletlenszerűen elővéve éppen közepes dolgozat kerül a kezünkbe?

18.Egy szellemi vetélkedődöntőjébe 20 versenyzőt hívnak be. A zsűri az első három helyezettet és két további különdíjast fog rangsorolni. A rangsorolt versenyzők oklevelet és jutalmat kapnak.

a) Az öt rangsorolt versenyzőmindegyike ugyanarra a színházi előadásra kap egy-egy jutalomjegyet. Hányféle kimenetele lehet ekkor a versenyen a jutalmazásnak?

b) A dobogósok három különbözőértékűkönyvutalványt, a különdíjasok egyike egy színházjegyet, a másik egy hangversenyjegyet kap. Hányféle módon alakulhat ekkor a jutalmazás?

c) Ha már eldőlt, kik a rangsorolt versenyzők, hányféle módon oszthatnak ki nekik jutalmul öt különbözőverseskötetet?

d) Kis Anna a döntőegyik résztvevője. Ha feltesszük, hogy a résztvevők egyenlőeséllyel versenyeznek, mekkora a valószínűsége, hogy Kis Anna eléri a három dobogós hely egyikét, illetve hogy az öt rangsorolt személy egyike lesz?

**2006. február 21. emelt szint:**7. A dominókészleten a dominókövek mindegyikén az egy-egy „térfélen” elhelyezett pöttyök száma 0-tól egy megengedett maximálisértékig bármilyen természetes szám lehet. A dominókövek két felén e számok minden lehetséges párosítása szerepel. Nincs két egyforma kő a készletben.
a)Igazolja, hogy ha a pöttyök maximálisszáma 7, akkor a dominókészlet 36 kőből áll.
b) A 36 kőből álló dominókészletből véletlenszerűen kiválasztottunk egy követ. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott kőkét „térfelén” lévő pöttyök számának összege 8?
c) A 36 kőből álló dominókészletből ezúttal két követ választottunk ki véletlenszerűen. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a két dominókő a játék szabályai szerint egymáshoz illeszthető? (Két dominókő összeilleszthető, ha van olyan „térfelük”, amelyen a pöttyök száma ugyanannyi.)

**2006. május 9. középszint:**15. A 12. évfolyam tanulói magyarból próba érettségit írtak. Minden tanuló egy kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4 és 5 számjegyekből mindegyiket pontosan egyszer tartalmazta valamilyen sorrendben.
a) Hány tanuló írta meg a dolgozatot, ha az összes képezhető kódszámot mind kiosztották?
b) Az alábbi kördiagram a dolgozatok eredményét szemlélteti: Adja meg, hogy hány tanuló érte el a szereplőérdemjegyeket! Válaszát foglalja táblázatba, majd a táblázat adatait szemléltesse oszlopdiagramon is! (jeles – 60, jó – 150, közepes – 105, elégséges – 45)
c) Az összes megírt dolgozatból véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy jeles vagy jó dolgozatot veszünk a kezünkbe?

**2006. május 9. emelt szint:**6. Egy közvélemény-kutató intézet felméréséből kiderült, hogy a felnőttek 4%-a színtévesztő. Véletlenszerűen kiválasztunk 8 felnőttet abból a népességből, melyre ez a felmérés vonatkozott. Mekkora a valószínűsége, hogy közöttük
a) pontosan két személy színtévesztő?
b) legalább két személy színtévesztő?
A két valószínűség értékét ezred pontossággal adja meg! Ebben az intézetben 8 férfi és 9 nődolgozik főállásban. Egy megbeszélés előtt, amikor csak ez a 17 főállású kutató jelent meg, a különböző nemű kutatók között 45 kézfogás történt. Tudjuk, hogy minden nőpontosan 5 férfival fogott kezet, és nincs két nő, aki pontosan ugyanazzal az öttel.
c) Lehetséges-e, hogy volt két olyan férfi is, aki senkivel sem fogott kezet?

**2006. október 25. középszint:**3. Októberben az iskolában hat osztály nevezett be a focibajnokságra egy-egy csapattal. Hány mérkőzést kell lejátszani, ha mindenki mindenkivel játszik, és szerveznek visszavágókat is?

12. A piacon az egyik zöldséges pultnál hétféle gyümölcs kapható. Kati ezekből háromfélét vesz, mindegyikből 1-1 kilót. Hányféle összeállításban választhat Kati? (A választ egyetlen számmal adja meg!)

**2006. október 25. emelt szint:**2. Egy szabályos játékkocka két oldalára 0-át, két oldalára 2-est,két oldalára 4-est írunk. A dobókockát ötször egymás után feldobjuk, és a dobások eredményét rendre feljegyezzük.
a) Hányféle számötöst jegyezhetünk fel?
b) Hányféle számötös esetében lehet a dobott pontok összege 10?

4. Hét szabályos pénzérmét egyszerre feldobtunk, és feljegyeztük a fejek és írások számát.
a) Mekkora a valószínűsége, hogy több fejet dobtunk, mint írást?
b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a fejek és írások számának különbsége nagyobb háromnál?

**2007. május 8. középszint:**12. A 100-nál kisebb és hattal osztható pozitív egész számok közül véletlenszerűen választunk egyet. Mekkora valószínűséggel lesz ez a szám 8-cal osztható? Írja le a megoldás menetét!

14. A városi középiskolás egyéni teniszbajnokság egyik csoportjába hatan kerültek: András, Béla, Csaba, Dani, Ede és Feri. A versenykiírás szerint bármely két fiúnak pontosan egyszer kell játszania egymással. Eddig András már játszott Bélával, Danival és Ferivel. Béla játszott már Edével is. Csaba csak Edével játszott, Dani pedig Andráson kívül csak Ferivel. Ede és Feri egyaránt két mérkőzésen van túl.
b) Hány mérkőzés van még hátra?

c) Hány olyan sorrend alakulhat ki, ahol a hat versenyzőközül Dani az elsőkét hely valamelyikén végez?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Hetente eltöltött órák\* | 0-2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 | 8-10 |
| Tanulók száma | 3 | 11 | 17 | 15 | 4 |

17. Egy gimnáziumban 50 diák tanulja emelt szinten a biológiát. Közülük 30-an tizenegyedikesek és 20-an tizenkettedikesek. Egy felmérés alkalmával a tanulóktól azt kérdezték, hogy hetente átlagosan hány órát töltenek a biológia házi feladatok megoldásával. A táblázat a válaszok összesített eloszlását mutatja.

\* A tartományokhoz az alsó határ hozzátartozik, a felső nem.

Egy újságíró két tanulóval szeretne interjút készíteni. Ezért a biológiát emelt szinten tanuló 50 diák névsorából véletlenszerűen kiválaszt két nevet.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy az egyik kiválasztott tanuló tizenegyedikes, a másik pedig tizenkettedikes?

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét kiválasztott tanuló legalább 4 órát foglalkozik a biológia házi feladatok elkészítésével hetente?

**2007. május 8. emelt szint:**7. Adott az A = {0; 1; 2; 3; 4; 5} halmaz.
a) Adja meg az A halmaz háromelemű részhalmazainak a számát!
b) Az A halmaz elemeiből hány olyan öttel osztható hatjegyű szám írható fel, amelyben a számjegyek nem ismétlődhetnek?
c) Az A halmaz elemeiből hány olyan hatjegyűszám írható fel, amely legalább egy egyest tartalmaz?

**2007. október 25. középszint:**8. Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyikben csupa különböző számjegyek szerepelnek?

14. A rajzterem falát (lásd az ábrán) egy naptár díszíti, melyen három forgatható korong található. A bal oldali korongon a hónapok nevei vannak, a másik két korongon pedig a napokat jelölőszámjegyek forgathatók ki. A középsőkorongon a 0, 1, 2, 3; a jobb szélsőn pedig a 0, 1, 2, 3, .......8, 9 számjegyek szerepelnek. Az ábrán beállított dátum február 15. Ezzel a szerkezettel kiforgathatunk valóságos vagy csak a képzeletben létező „dátumokat”.
b) Összesen hány „dátum” forgatható ki?

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a három korongot véletlenszerűen megforgatva olyan dátumot kapunk, amely biztosan létezik az évben, ha az nem szökőév.

17. Szabó nagymamának öt unokája van, közülük egy lány és négy fiú. Nem szeret levelet írni, de minden héten ír egy-egy unokájának, így öt hét alatt mindegyik unoka kap levelet.

a) Hányféle sorrendben kaphatják meg az unokák a levelüket az öt hét alatt?

b) Ha a nagymama véletlenszerűen döntötte el, hogy melyik héten melyik unokájának írt levél következik, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy lányunokája levelét az ötödik héten írta meg?

**2007. október 25. emelt szint:**4. Egyszerre feldobunk hat szabályos dobókockát, amelyek különbözőszínűek.
a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindegyik kockával más számot dobunk?
b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy dobásnál a hat dobott szám összege legalább 34 lesz?

Hat úszó: A, B, C, D, Eés Findul a 100 méteres pillangóúszás döntőjében. Egy fogadóirodában ennek a döntőnek az első, a második és a hármadik helyezettjére lehet tippelni egy szelvényen. Az a fogadószelvény érvényes, amelyen megnevezték az első, a második és a harmadik helyezettet. Ha a fogadó valamelyik helyezésre nem ír tippet, vagy a hat induló nevén kívül más nevet is beír, vagy egy nevet többször ír be, akkor szelvénye érvénytelen. Holtverseny nincs, és nem is lehet rá fogadni.

a) Hány szelvényt kell kitöltenie annak, aki minden lehetséges esetre egy-egy érvényes fogadást akar kötni? A döntő végeredménye a következőlett: első az A, második a B, harmadik a C versenyző.

b)Ha egy fogadó az összes lehetséges esetre egy-egy érvényes szelvénnyel fogadott, akkor hány darab legalább egytalálatos szelvénye lett? (Egy szelvényen annyi találat van, ahány versenyzőhelyezése megegyezik a szelvényre írt tippel.)