

KOMBINATORIKA GYAKORLAT
osztatlan matematika tanár hallgatók számára

Kombinatorikus alapelvek

Gyakorlatvezető: Hajnal Péter

2023.

1. **Feladat.** [Emelt szintű érettségi feladatrész] Hány olyan tízjegyű pozitív szám van, amelynek minden számjegye a $\{0; 8\}$ halmaz eleme?
2. **Feladat.** Hány olyan hatjegyű szám van, amelyik 5-tel osztható?
3. **Feladat.** Hány legalább 6, de legfeljebb 9 karakterből álló jelszó készíthető a 26 betűs angol ábécé betűit felhasználva?
4. **Feladat.** Hányféleképpen lehet tíz számot öt párba rendezni?
5. **Feladat.** [Emelt szintű érettségi] Egy körvonalon felvettünk öt pontot, és behúztuk az általuk meghatározott 10 húrt. Jelölje a pontokat pozitív körüljárási irányban rendre A, B, C, D és E .
 - a) Véletlenszerűen kiválasztunk 4 húrt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ezek a húrok egy konvex négyszöget alkotnak?
 - b) Hányféleképpen juthatunk el a húrok mentén A -ból C -be, ha a B, D , és E pontok mindegyikén legfeljebb egyszer haladhatunk át? (Az A pontot csak az út kezdetén, a C pontot csak az út végén érinthetjük.)
 - c) A 10 húr mindegyikét kiszínezzük egy-egy színnel, pirosra vagy sárgára, vagy zöldre. Hány olyan színezés van, amelyben mindhárom szín előfordul?
6. **Feladat.** Az $\{1, 2, \dots, 9, 10\}$ halmaznak hány részhalmaza van? Ezek közül hány elemszáma páros? Ezek közül hány olyan van, amelynek elemeit összeadva páros számot kapunk?
7. **Feladat.** Hány palindrom n -jegyű természetes szám van?
8. **Feladat.** Hányféleképpen helyezkedhet el 12 ember három szobában, ha az elsőben ketten, a másodikban hatan, a harmadikban négyen férnek el?
9. **Feladat.** Egy vendéglő menü étlapján háromféle leves és hatféle második fogás található.
 - (i) Hányféle menü állítható össze?
 - (ii) Desszertként lehet választani kétféle gyümölcs és háromféle édességből egyet. Hányféle desszertes menü lehetséges?
 - (iii) Egy menü lehet desszertes és desszert nélküli. Ebben az esetben hányféle menü állítható össze?
10. **Feladat.** Húsz láda áruból 15 láda első osztályú, a többi másodosztályú. Hányféleképpen választhatunk ki 5 ládát úgy, hogy legfeljebb 2 másodosztályú legyen köztük?

11. Feladat. Határozzuk meg az $\{a, b, c, d, e, f\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ leképezések számát. Hány szürjektív és hány injektív van ezek között?

Határozzuk meg az $\{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{a, b, c, d, e, f\}$ leképezések számát. Hány szürjektív és hány injektív van ezek között?

12. Feladat. Hány olyan háromjegyű szám van, amelyben minden számjegy

a) nagyobb,

b) kisebb,

c) legalább akkora, mint az előző (mint a tőle balra levő)?

13. Feladat. Egy körön felvettünk n pontot, majd összekötöttük mindegyiket mindegyikkel egy-egy egyenes szakasszal. Hány szakaszt húztunk be? Így legfeljebb hány metszéspont jöhetett létre a kör belsejében?

14. Feladat. Hány olyan 7 jegyű szám van, amiben

(a) van 2 azonos számjegy?

(b) pontosan két azonos számjegy van?

15. Feladat. Egy 3×3 -as táblázat minden egységnyi négyzetét három szín egyikével színezzük. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha azt akarjuk, hogy bármelyik két szomszédos egységnyi négyzet (azaz közös oldalú egységnyi négyzet) különböző színű legyen?

16. Feladat. Egy n elemű halmaz összes részhalmazát vesszük. Mindegyik részhalmaznál meghatározzuk az elemszámát és az így kapott elemszámokat (2^n darab természetes szám) összegét kiszámoljuk. Mi az eredmény?

Válaszunk egy egyszerű formula legyen, indoklásunk egyszerű kombinatorikus érvelés legyen.

17. Feladat. Egy n elemű halmaz összes részhalmaza közül találmra kiválasztunk egyet, majd az összes részhalmaz közül megint kiválasztunk egyet (uniform módon, egymástól függetlenül). Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy a két kiválasztott részhalmaz közül egyik tartalmazza a másikat.