

Kombinatorika Zárthelyi Dolgozat
2023. április 24.

Mindent indokoljunk. Részmegoldást is írjunk le. Logikusan érveljünk.

1. Feladat. *Egy mosógépben nyolc kék és hat piros zoknit mostunk ki. A mosógépből csak 12 zoknit vettünk ki és egy szárítókötélre kiakasztottuk azokat. Ezt hányféleképpen tehetjük meg, ha az azonos színű zoknikat nem tudjuk megkülönböztetni?*

2. Feladat. *10 személy elmegy vacsorázni, ahol két öt fős kör alakú asztalhoz tudják leültetni őket. Hány ültetési rend van?*

Két ülésrendet akkor tekintünk ugyanannak, ha mindenkinek ugyanaz volt a jobb szomszédja a két esetben.

3. Feladat. *Legyen $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ a következő rekurzív szabállyal definiált:*

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 3, \tag{R0}$$

$$\text{ha } n \geq 2, \text{ akkor } a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}. \tag{R1}$$

(a) *Írjuk fel a sorozat első hat elemét.*

(b) *Írja le szavakkal az (R1) szabályt. Válaszának struktúrája legyen: „A sorozat minden olyan eleme, amelyet legalább két másik megelőz úgy számolható ki, hogy _____.”*

(c) *Keressen mértani sorozatokat, amelyek kielégítik az (R1) szabályt.*

(d) *Írjon fel formulát, amely megadja a sorozat n indexű elemét. Indokolja a formula helyességét.*

4. Feladat. *Hány olyan hétjegyű szám van, amely csak 1, 2 és 5 számjegyeket tartalmaz (mindegyiket legalább egyszer)?*