

Kombinatorika Zárthelyi Dolgozat  
2023. március 20.

Mindent indokoljunk. Részmegoldást is írjunk le. Logikusan érveljünk.

**1. Feladat.** *Egy középiskola 12. osztályának egy csoportjában minden tanuló olyan matematika dolgozatot írt, amelyben 100 pont volt az elérhető maximális pontszám. A csoport eredményéről a következőket tudjuk: 5 tanuló maximális pontszámot kapott a dolgozatára, minden tanuló elért legalább 60 pontot, és a dolgozatok pontátlaga 76 volt. Minden tanuló egész pontszámmal értékelt dolgozatot írt. A 14 fős csoportból Annának, Balázsnak, Csabának, Dorkának és Editnek lett 100 pontos a dolgozata. Pontosan hatan írtak 60 pontos dolgozatot, és csak egy olyan tanuló volt, akinek a pontszáma megegyezett az átlagpontszámmal.*

*Hányféleképpen valósulhatott ez meg? (A csoport két eredményét akkor tekintjük különbözőnek, ha a csoport legalább egy tanulójának különböző a dolgozatra kapott pontszáma a két esetben)*

**2. Feladat.** *Hányféleképpen helyezkedhet el 12 ember három szobában, ha az elsőben ketten, a másodikban hatan, a harmadikban négyen férnek el?*

**3. Feladat.** *Cégünknel 20.000 ft bónuszt szeretnénk szétosztani hat dolgozó között. Három dolgozónak olyan szerződése van, hogy legalább 2.000 ft-ot kell kapniuk, a többieknek pedig legalább 1.000 ft-ot. Hányféleképpen oszthatjuk szét a rendelkezésre álló pénzösszeget, ha mindenki 1.000-rel osztható összeget kap?*

**4. Feladat.** *Igazoljuk kombinatorikus úton a következő összefüggést:*

$$\binom{n+m}{2} = \binom{n}{2} + n \cdot m + \binom{m}{2}.$$