

KOMBINATORIKA GYAKORLAT
osztatlan matematika tanár hallgatók számára

2. Zh

Gyakorlatvezető: Hajnal Péter

Minta

1. Feladat. Legyen $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ a következő rekurzív szabállyal definiált:

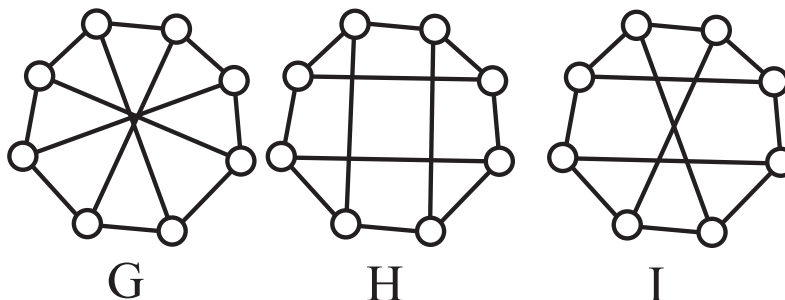
$$a_0 = 0, \quad a_1 = 2, \quad (R0)$$

$$\text{ha } n \geq 2, \text{ akkor } a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}. \quad (R1)$$

- (a) Írjuk fel a sorozat első hét elemét.
- (b) Írja le szavakkal az (R1) szabályt. Válasza struktúrája legyen: „A sorozat minden olyan eleme, amelyet legalább két másik megelőz úgy számolható ki, hogy _____.”
- (c) Keressen mértani sorozatokat, amelyek kielégítik az (R1) szabályt.
- (d) Írjon fel formulát, amely megadja a sorozat n indexű elemét. Indokolja a formula helyességét.

2. Feladat. Egy számítógépes rendszerben 8 hosszú (8 karakterből álló) jelszavakat kell megadni az angol ábécé kis betűiből (a-z/26 darab karakter), az angol ábécé nagy betűiből (A-Z/26 darab karakter) és számjegyekből (0-9/10 darab karakter) választva a karaktereket. (Egy karaktert többször is használhatunk.) Biztonsági okokból egy jelszótól megkövetelik, hogy tartalmazzon kis betűt, nagy betűt és számjegyet is. Hány korrekt jelszó van?

3. Feladat. Melyek izomorfak a következő három gráf közül? Válaszunkat indokoljuk.



4. Feladat. Lehet-e

1, 2, 2, 2, 4, 5, 7, 8, 8, 9

egy EGYSZERŰ gráf fokszámainak sorozatai? Válaszunkat indokoljuk.

5. Feladat. Írjuk el a következő egyszerű gráf elérhetőség relációját:

Csúcsok: Egy saktábla 64 mezője.

Élek: Két mező pontosan akkor összekötött, ha egy sorban vannak és egy harmadik mezővel közös oldaluk van, vagy pedig ha ugyanazon oszlopban vannak és egy harmadik mezővel közös oldaluk van.

Válaszunkat indokoljuk.

6. Feladat. *Igazoljuk, ha egy egyszerű gráfban minden csúcs foka legalább d , akkor van benne legalább d hosszú út.*