

Algoritmuskélmélet és bonyolultságkélmélet feladatok
MSc hallgatók számára

Turing-gép

2017.

Előadó: Hajnal Péter

1. Feladat. Tervezzünk Turing-gépet, amely eldönti a

$$PALINDROM = \{\omega_1\omega_2 \dots \omega_n : \omega_i = \omega_{n+1-i} \quad i = 1, 2, \dots, n\}$$

nyelvet, ha

- (i) egyetlen (közös input-/munka-) szalagos modellt használunk,
 - (ii) standard 1 munkaszalagos modellt használunk,
 - (iii) standard 2 munkaszalagos modellt használunk.
- 2. Feladat.** Tervezzünk Turing-gépet következő nyelvek eldöntésére:
- (i) A nyelv azon inputokat tartalmazza, amelyek hossza páros.
 - (ii) A nyelv azon inputokat tartalmazza, amelyek hossza ötten osztható.
 - (iii) A nyelv azon szavakat tartalmazza, amelyek ugyanannyi 0-t tartalmaznak, mint 1-est ($\Sigma = \{0, 1\}$).
 - (iv) $\{0^n 1^m 2^{n+m} : n, m \in \mathbb{N}\}$ ($\Sigma = \{0, 1, 2\}$).
 - (v) $\{0^n 1^m 2^{n \cdot m} : n, m \in \mathbb{N}\}$ ($\Sigma = \{0, 1, 2\}$).
 - (vi) $\{0^n 1^m 2^{n^m} : n, m \in \mathbb{N}\}$ ($\Sigma = \{0, 1, 2\}$).
 - (vii) $\{0^{n^2} : n \in \mathbb{N}\}$ ($\Sigma = \{0\}$).
 - (viii) A nyelv azon szavakat tartalmazza, amelyek „korrekt/értelmes” zárójel-sorozatok ($\Sigma = \{(,)\}$).

3. Feladat. Tervezzünk Turing-gépet a következő függvények kiszámítására:

- (i) Egy $w = w_1 w_2 \dots w_n$ szóhoz a megforsított $\overleftarrow{w} = w_n w_{n-1} \dots w_1$ szót rendelő függvény.
- (ii) Egy binárisan adott szám 1-gyel való növelése.
- (iii) Két binárisan kódolt szám összeadása.
- (iv) Egy 1^N inputból kiszámolja 1^n -et, ahol $n = \lfloor \sqrt{N} \rfloor$.

★

4. Feladat. *Igazoljuk, ha L és L' is eldönthető, akkor $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$, $L \cap L'$ és $L \cup L'$ nyelvek is eldönthetők.*

5. Feladat. *Igazoljuk, ha $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ és $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ kiszámítható függvények ($\mathbb{N} \equiv \Sigma^*$), akkor $f + g$, $f \cdot g$ és $f \circ g$ függvények is kiszámíthatók.*

★

Definíció. Egy L nyelv felsorolható, ha van olyan Turing-gép, amely $\omega \in L$ esetén ELFOGAD állapotba kerül, míg $\omega \notin L$ esetén végtelen a futása.

6. Feladat. *Igazoljuk, hogy a következők ekvivalensek egy L végtelen nyelvre:*

(i) L felsorolható,

(ii) Létezik olyan Turing-gép, amely inputszalag nélküli és végtelen futása során L elemeit írja ki vesszőkkel elválasztva az outputszalagra.

(iii) Létezik olyan Turing-gép, amely inputszalag nélküli és végtelen futása során L elemeit írja ki ismétlődés nélkül, vesszőkkel elválasztva az outputszalagra.

7. Feladat. *Igazoljuk, hogy egy L véges nyelvre:*

(i) L felsorolható,

(ii) L eldönthető.

8. Feladat. *Igazoljuk, hogy a következők ekvivalensek egy L végtelen nyelvre:*

(i) L eldönthető,

(ii) Létezik olyan Turing-gép, amely inputszalag nélküli és végtelen futása során L elemeit írja ki ismétlődés nélkül, hossz szerint növekvő sorrendben, vesszőkkel elválasztva az outputszalagra.

9. Feladat. *Igazoljuk, ha L és $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ is felsorolható, akkor L eldönthető.*