

RABOK ÉS SAPKÁK

1. Kétszáz raboskodó matematikus fejére egy-egy piros vagy kék sapkát adnak. Semmilyen jelzést nem adhatnak egymásnak, de mindenki körülnézhet, tehát a sajátján kívül mindenki más sapkáját látja. Ezek után valamilyen előre megbeszélte sorrendben hangosan megtippelhetik saját sapkájuk színét. Akkor nyernek a rabok (KöMaL előfizetést), ha legfeljebb egy ember tévedett. Mutassuk meg, hogy van nyerő stratégiájuk!

2. Sapkás rabjaink most a következő feladatot kapják: sípszóra mindenkinek fel kell emelnie a bal vagy a jobb kezét és akkor menekülnek meg a biztos haláltól, ha az azonos színű sapkát viselő emberek azonos kezüket emelték fel. Milyen stratégiát beszéljenek meg a rabok a sapkaosztás előtt?

3. A gonosz börtönőrök most a következőt eszelték ki: három rab mindegyikére 50 – 50% valószínűséggel piros illetve kék sapkát tesznek (egymástól függetlenül). A legaljasabb smasszer ezután odamegy mindhárom rabhoz, akik a fülébe súgnak egy-egy szót, mely lehet „piros”, „kék” vagy „passz”. Ha valamelyikük is rosszul tippel vagy ha mindenki passzol, akkor a smasszerek örökre lemondják az – első feladatban megnyert – KöMaL előfizetést. Milyen stratégiát beszéljenek meg, hogy a lehető legnagyobb esélyük legyen a nyeresre?

- Mit tegyenek, ha nem lehet passzolni és elég egyetlen egy rossz tipp és kedvenc lapjuk odaveszett? Milyen valószínűséggel tudnak nyerni megfelelő stratégiával? (Egymás tippjét továbbra sem hallják.)
- Mi a helyzet, ha több rabbal úzik ezt a játékot ugyanezen szabályok mellett? Kinek kedvez a rabok számának növelése az első illetve a második esetben?
- Mit javasoljunk a raboknak, ha egy fejre p valószínűséggel kerül kék sapka és nem lehet passzolni?

4. Kétszáz senyvedő matematikusunkra most a következő próbatétel vár: a börtönőrök felírták mindegyikük nevét egy-egy kártyalapra, azokat alaposan összekeverték, majd szép sorba lerakták írással lefelé fordítva egy hosszú asztalra. Ezután a rabok egyenként odamehetnek az asztalhoz és felfordíthatnak egymás után 100 kártyát. Miután megnézte őket, a kártyákat visszafordítják (de a helyükön maradnak) és a rabot elvezetik egy olyan helyre, ahol nem kommunikálhat a többi rabbal, majd behívják a következő rabot. A rabok akkor nyernek, ha mindenki megtalálta a saját nevével ellátott kártyát. Mutassuk meg, hogy ha matematikusaink elég okosak, akkor több, mint 20% esélyük van a nyeresre! (A tét ismét a KöMaL előfizetés megőrzése.)

5. Barátaink az előző feladatban nem voltak elég szerencsések. Minden igyekezetük ellenére elbukták hőn szeretett lapjuk előfizetését. Látva a rabok elkeseredését még a kőszívű smasszerek szíve is megesett rajtuk. Ha ezzel a feladattal megbírkóznak, visszanyerik szabadságukat (és így persze a szabad világban annyit KöMaL-oznak, amennyit csak akarnak). A rabokat ezúttal magánzárkába zárják és óránként kisorsolnak egy rabot (például az előző feladatbéli pakli segítségével), akit elvisznek az udvarra sétálni. Az udvaron van egy két állású kapcsoló, mely kezdetben a lenti állásba van kapcsolva. Ezt sétára vitt barátunk átkapcsolhatja vagy úgy is hagyhatja. A smasszerek a kapcsolóhoz nem nyúlhatnak. A séta után a rabot visszaviszik magánzárkájába. Ha valaki séta után kijelenti, hogy már mindenki volt sétálni és ezen állítása igaz, akkor kiszabadulnak. Ha téved, akkor örökre rabok maradnak! Milyen stratégiát beszéljenek meg a *biztos* szabaduláshoz a próbatétel kezdete előtt?

6. Tegyük fel, hogy végtelen sok matematikus rab van a börtönben (miért is ne?!). Ezúttal is piros illetve kék sapkák kerülnek a fejekre, akárcsak az első feladatban és most akkor nyernek, ha legfeljebb véges sokan tippelnek rosszul sapkájuk színére. Mutassuk meg, hogy létezik nyerő stratégiája a raboknak (természetesen a játék kezdete előtti összebeszélés után)!