

NÉV:.....

NEPTUN KÓD:.....

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C .$$

Az elégséges érdemjegyhez a definíció részből legalább 10, a feladat részből legalább 15 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban, az elméleti anyagból vizsgálható!**

Vizsgajegy:

52–60 5

43–51 4

34–42 3

25–33 2

0–24 1

**Definíciók.** Defináljuk a következő fogalmakat:

- (i) A  $\{b_n\}$  sorozat határértéke mínusz végtelen. 5pt
- (ii) Az  $\{x_n\}$  sorozat felső korlátja a  $-3$ . 5pt
- (iii) A  $g$  függvény folytonos az  $\alpha$  pontban. 5pt
- (iv) A környezetes definíció alapján  $\lim_{x \rightarrow 3} h(x) = -1$ . 5pt
- (v) Riemann-féle integrálközelítő összeg (részletesen). 5pt

**Feladatok.** Határozzuk meg a következő integrálokat:

- (a)  $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin x^2 dx$  12pt
- (b)  $\int_0^{\infty} 2xe^{-x+3} dx$  12pt
- (c)  $\int_0^2 \frac{4t+1}{t^2+2t+1} dt$  11pt

NÉV:.....

NEPTUN KÓD:.....

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

Az elégséges érdemjegyhez a definíció részből legalább 10, a feladat részből legalább 15 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban, az elméleti anyagból vizsgálható!**

Vizsgajegy:

52–60 5

43–51 4

34–42 3

25–33 2

0–24 1

**Definíciók.** Defináljuk a következő fogalmakat:

- (i) Az  $\{y_m\}$  sorozat szigorúan monoton csökkenő. 5pt
- (ii) A  $\{b_n\}$  sorozat részsorozata. 5pt
- (iii) Az  $f(x)$  egyenletesen folytonos a  $[b, c]$  intervallumon. 5pt
- (iv) A környezetes definíció alapján  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ . 5pt
- (v) Darboux-féle alsó integrálközelítő összeg (részletesen). 5pt

**Feladatok.** Határozzuk meg a következő integrálokat:

- (a)  $\int_{\pi/3}^{\pi/2} (1 + 3x) \sin 2x \, dx$  11pt
- (b)  $\int_e^{e^2} \frac{1}{y \ln^2 y} \, dy$  12pt
- (c)  $\int_0^2 \frac{1-x}{x^2+x-6} \, dx$  12pt

NÉV:.....

NEPTUN KÓD:.....

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

Az elégséges érdemjegyhez a definíció részből legalább 10, a feladat részből legalább 15 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban, az elméleti anyagból vizsgálható!**

Vizsgajegy:

52–60 5

43–51 4

34–42 3

25–33 2

0–24 1

**Definíciók.** Definiáljuk a következő fogalmakat:

- (i) Az  $\{a_n\}$  sorozat Cauchy-sorozat. 5pt
- (ii) Az  $f(x)$  függvény korlátos a  $[3, 4]$  intervallumon. 5pt
- (iii) A  $h(x)$  függvény differenciálható a  $c$  pontban. 5pt
- (iv) A környezetes definíció alapján  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \infty$ . 5pt
- (v) A  $g(u)$  függvény integrálközepe a  $[-1, 0]$  intervallumon. 5pt

**Feladatok.** Határozzuk meg a következő integrálokat:

- (a)  $\int_0^e x^3 \ln x \, dx$  13pt
- (b)  $\int_{-1}^0 \frac{x^3 + 2x}{1 - x} \, dx$  11pt
- (c)  $\int_{-1}^1 \frac{1 - 3u}{1 + u^2} \, du$  11pt