2016.06.21. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{3-2x^2}$ függvénynek az $x_0 = -1$ koordinátájú pontjához húzott érintő egyenesének egyenletét. *5pt*

2. Határozzuk meg $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ –nek a $[-3, 1]$ zárt intervallumon fölvett szélsőértékeit. *5pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{3x^2}{(1-x)^2}$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat: *38pt*

$$\text{(i)} \int_0^\infty x e^{1-x^2}\, dx, \qquad \text{(ii)} \int_1^e \frac{\ln z}{\sqrt{z}}\, dz, \qquad \text{(iii)} \int_{-2}^1 \frac{1}{t^2+4t+5}\, dt.$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A -5 fölső korlátja az $\{a_n\}$ sorozatnak. *5pt*

(ii) A $h(t)$ függvénynek helyi maximuma van -3–ban. *5pt*

(iii) Az E halmaznak a 4 infimuma. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = 2$. *5pt*

(v) Riemann–féle integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**