2016.06.14. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{8^n - 3\cdot 5^n}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{2n^2+e}}{3-n}.$$

2. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{1/x^2}$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat: *38pt*

$$\text{(i)} \int_1^2 \frac{z+2}{z^2-6z+9}\,dz, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty xe^{-5x}\,dx, \qquad \text{(iii)} \int_e^{e^2} \frac{\ln y\sqrt{\ln y}}{y}\,dy.$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1}dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A $\{c_n\}$ sorozat szigorúan monoton csökken. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvény lineárisan approximálható az 1 pontban. *5pt*

(iii) A $\{b_n\}$ sorozat torlódási pontja. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 5$. *5pt*

(v) A Lagrange–féle maradéktag. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**