2016.06.07. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Határozzuk meg az $f(x) = \ln(2-x)$ függvénynek az $a = 1$ pont körüli harmadrendű Taylor–féle polinomját, Lagrange-féle maradéktagját, majd becsüljük meg $\ln 3/2$ értékét. *10pt*

2. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = 2x + \sqrt[3]{x^2}$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat: *38pt*

$$\text{(i)} \int_{-2}^{0} x\sqrt{x+2}\, dx, \qquad \text{(ii)} \int_{1}^{3} \frac{u+2}{u^3-3u^2}\, du, \qquad \text{(iii)} \int_{0}^{1} \frac{5t^2}{\sqrt{7-2t^3}}\, dt.$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat konvergál 2–höz. *5pt*

(ii) A $h(t)$ függvénynek helyi maximuma van -3–ban. *5pt*

(iii) Az $f(t)$ függvény folytonos a 4 pontban. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x \to 3} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Az integrálható $g(x)$ függvény integrálközepe a $[c, d]$–on. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**