2016.05.31. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{2n-3}{8-3n}$ sorozatot. Adjuk meg a sorozat infimumát és supremumát is. *10pt*

2. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{3x}{(2-x)^2}$ függvényt. *17pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat: *38pt*

$$\text{(i)} \int_{-1/3}^{0} \ln(3t+1)\ dt, \qquad \text{(ii)} \int_{0}^{\pi/4} \sin^2 s\ ds, \qquad \text{(iii)} \int_{0}^{2} \frac{x^3}{x^2+3x+2}\ dx.$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A $\{b_n\}$ sorozat monoton növő. *5pt*

(ii) A $g(x)$ függvény differenciálható a -1 pontban. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvény egyenletesen folytonos a $[c, d]$ intervallumon. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{t \to -3} s(t) = 5$. *5pt*

(v) Riemann–féle integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**