

1. Adjuk meg a  $b_n = \frac{3n-7}{9-2n}$  sorozat infimumát, szuprémumát. 8pt

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: 8pt

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 - 3n} - \sqrt{n^2 - n - 3} \right), \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n-5}{2n+1} \right)^{3-2n}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az  $f(x) = x^3 - 6x^2 - 3\sqrt{x^2}$  függvényt. 15pt

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexiós pont. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: 34pt

$$(a) \int_{-1}^1 \frac{z^2}{\sqrt[4]{z^3+9}} dz, \quad (b) \int_{-\infty}^0 \frac{3}{2v^2+1} dv, \quad (c) \int_0^2 \frac{t-1}{t^2-4} dt.$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arccotg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{arcsin} x + C = -\operatorname{arccos} x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az  $(a_n)$  sorozat monoton nő. 5pt

(ii) Az  $f(x)$  függvény differenciálható az  $x = -2$  pontban. 5pt

(iii)  $g$ -nek helyi minimuma van  $x_0$ -ban. 5pt

(iv) A környezetes definíció alapján  $\lim_{x \rightarrow -3^+} h(x) = -1$ . 5pt

(v) A korlátos  $D$  számhalmaz szuprémuma. 5pt

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni.

**Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**