

## FELADATOK:

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az  $a_n = \frac{3n+5}{7-2n}$  sorozatot. Továbbá adjuk meg az  $\inf a_n$  és  $\sup a_n$  értékeket is. 8pt

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: 8pt

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 3} + 1}{\sqrt[3]{n^4 - 2n + 3}}, \quad (ii) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2 - 3n}{1 - 3n} \right)^{n+4}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az  $f(x) = 9\sqrt[3]{x^2} - 2x^3$  függvényt. 15pt

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexiós pont. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: 34pt

$$(i) \int_0^1 (3-u) \ln(2u+3) du, \quad (ii) \int_1^3 \frac{z-1}{\sqrt{z^2-2z+2}} dz, \quad (iii) \int_0^\infty x e^{-3x} dx.$$

Segédlet:

$$\begin{aligned} \int x^\alpha dx &= \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, \\ \int \cos x dx &= \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C, \\ \int \frac{1}{\sin^2 x} dx &= -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C, \\ \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx &= \operatorname{arcsin} x + C = -\operatorname{arccos} x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C. \end{aligned}$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az  $\{a_n\}$  sorozat részsorozata. 5pt

(ii) Az  $f(x)$  függvény differenciálható a 3 pontban. 5pt

(iii) Az  $f(x)$  függvény konkáv az  $[a, b]$ -n. 5pt

(iv) A környezetes definíció alapján  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \infty$ . 5pt

(v) Lagrange-féle maradéktag. 5pt

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgálható!**