2016.12.20. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint és formálisan is határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{5-3x^2}$ függvény deriváltját az $x_0 = -1$ helyen. *8pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *8pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{7^n - 5^n + n^3}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n+5}{2n-3}\right)^{3-2n}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x^2 \ln|x|$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexiós pont. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *34pt*

$$\text{(i)} \int_e^{e^2} \frac{1}{v\ln^2 v}\,dv, \qquad \text{(ii)} \int_0^3 \frac{2q^3-1}{3q+2}\,dq, \qquad \text{(iii)} \int_0^\infty te^{-3t+2}\,dt.$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1}dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{u_n\}$ sorozat határértéke ∞. *5pt*

(ii) A $h(y)$ függvény folytonos a -2 pontban. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvény szigorúan monoton növő az $[a, b]$–n. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{s \to \infty} L(s) = 4$. *5pt*

(v) Riemann–féle integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**