2015.12.15. Kalkulus I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 2, \quad a_n = \sqrt{5a_{n-1} - 4}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *10pt*

2. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+5}{3+2n} = \infty$. *10pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x\sqrt{8-x^2}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^2 x\cos(1+2x)\;dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty ue^{1-u^2}\;du, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{t^3+1}{2-t}\;dt.$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A (c_n) sorozat korlátos. *5pt*

(ii) A $g(t)$ függvény monoton nő $[a, b]$–n. *5pt*

(iii) Az $f(x)$–nek az $x = 3$ pont kritikus pontja. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{p \to -2} L(p) = -\infty$. *5pt*

(v) Integrálfüggvény. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**