

## FELADATOK:

1. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az  $f(x) = \ln(2 - 3x)$  függvényt. 7pt
  2. Határozzuk meg az  $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$  függvény szélsőértékeit a  $[-2, 2]$  halmazon. 8pt
  3. A tanult módon ábrázoljuk az  $f(x) = x^2 - 3\sqrt[3]{x^2}$  függvényt. 15pt
- (i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: 35pt

$$(i) \int_0^1 \sin^2 3t \, dt, \quad (ii) \int_0^\infty 3e^{-s/2} \, ds, \quad (iii) \int_0^2 \frac{3}{x^2 - 4} \, dx.$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) A  $\{b_n\}$  sorozat monoton nő. 5pt

(ii) A  $g(x)$  függvény differenciálható a  $-1$  pontban. 5pt

(iii) A korlátos  $E$  számhalmaz supremuma. 5pt

(iv) A környezetes definíció alapján  $\lim_{t \rightarrow -3} s(t) = 5$ . 5pt

(v) Riemann-féle integrálközelítő összeg (részletesen). 5pt

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgálható!**