2014.12.16. Kalkulus I. NÉV:................................

A csoport EHA:................................

`FELADATOK:`

1. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az $f(x) = e^{2-3x}$ függvényt. *7pt*

2. Határozzuk meg az $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ függvény szélsőértékeit a $[-2, 0]$ halmazon. *8pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = 2x + 2 - 3\sqrt[3]{x^2}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^{\pi/4} \cos^2 t \; dt, \qquad \text{(ii)} \int_{\ln 4}^{\ln 9} e^{-s/2} \; ds, \qquad \text{(iii)} \int_0^2 \frac{2}{x^2-1} \; dx.$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \; (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \; .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ függvény differenciálható a -2 pontban. *5pt*

(iii) A korlátos E számhalmaz supremuma. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = -2$. *5pt*

(v) Riemann–féle integrálközelítő összeg (részletesen). *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**