2014.12.09. Kalkulus I. NÉV:..................................

A csoport EHA:..................................

FELADATOK:

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 3, \quad a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *10pt*

2. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2 + e}{3 + n} = \infty$. *10pt*

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = xe^{-x}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszet, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^{\pi/2} x\cos 2x \ dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^{\infty} ue^{-u^2} \ du, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{t^3 - 1}{t + 2} \ dt.$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az (a_n) sorozat korlátos. *5pt*

(ii) Az f függvény monoton nő $[a, b]$–n. *5pt*

(iii) Az $f(x)$–nek az $x = 2$ pont kritikus pontja. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x \to 1} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) Integrálfüggvény. *5pt*

Az elégséges érdemjegyhez a feladat részből legalább 30, a definíció részből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**