

2018.05.29. Műszaki matematika I. / Kalkulus II. / Matematika 2. NÉV:.....

A csoport

KÓD:.....

1. Oldjuk meg: $(x^2 - x)y' - 1 = y^2$, $y(1) = 0$. 20pt
2. Laplace-transzformációval oldjuk meg: $y'' + 3y' + 2y = e^{-x}$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 1$. 20pt
3. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 2x$ függvény szélsőérték helyeit és értékeit is a $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(1, 4)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. 25pt
4. Határozzuk meg $\int \int_H (e^{-x^2} + xy) dx y$ értékét, ahol H a $(0, 0)$, $(1, 1)$ és $(1, -1)$ pontok által meghatározott zárt háromszög. 25pt

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{arcsin} x + C = -\operatorname{arccos} x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x)e^{-px} dx, \quad L[e^{ax}f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[xf(x)](p) = -L'[f(x)](p),$$

$$L[1](p) = \frac{1}{p}, \quad L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}}, \quad L[e^{ax}](p) = \frac{1}{p-a},$$

$$L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}, \quad L[\operatorname{ch} ax](p) = \frac{p}{p^2-a^2}, \quad L[\operatorname{sh} ax](p) = \frac{a}{p^2-a^2},$$

$$L[x \cos ax](p) = \frac{p^2-a^2}{(p^2+a^2)^2} = \frac{1}{p^2+a^2} + \frac{-2a^2}{(p^2+a^2)^2}, \quad L[x \sin ax](p) = \frac{2ap}{(p^2+a^2)^2}$$

$$L[x \operatorname{ch} ax](p) = \frac{p^2+a^2}{(p^2-a^2)^2} = \frac{1}{p^2-a^2} + \frac{2a^2}{(p^2-a^2)^2}, \quad L[x \operatorname{sh} ax](p) = \frac{2ap}{(p^2-a^2)^2}$$

$$L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1, \quad \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad (1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n \approx \sum_{n=1}^{k-1} (-1)^n a_n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n \approx \sum_{n=1}^{k-1} a_n + \frac{1}{2}a_k + \int_k^\infty f(x)dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

$$a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx, \quad a_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nxdx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nxdx$$