

2018.01.02.

Kalkulus II. / Matematika 2.

NÉV:.....

A csoport

KÓD:.....

1. Határozzuk meg a  $\lim_{(x,y) \rightarrow A} \frac{x^2y + 3xy^2}{x^2 + y^2}$  határértéket, ahol  
a)  $A = (0, 0)$ , b)  $A = (-\infty, 2)$ , c)  $A = (-1, -\infty)$ , d)  $A = (\infty, -\infty)$ . 20pt
2. Oldjuk meg:  $(x + 1)y' = \frac{y}{x}$ ,  $y(2) = 1$ . 20pt
3. Határozzuk meg  $\int_L (2x + y) dx - (x - y^2) dy$  értékét, ahol  $L$  a  $P(2, 0)$  középpontú, 3 sugarú körív  $A(2, 3)$ ,  $B(-1, 0)$  pontjait negatív irányban köti össze. 25pt
4. A megfelelő sorfejtés első 4 tagjának segítségével becsüljük meg  $\int_1^2 \frac{3e^{-x^2/2}}{x^3} dx$  értékét. 25pt

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x)e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[xf(x)](p) = -L'[f(x)](p),$$

$$L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}}, \quad L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2},$$

$$L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1, \quad \sum_{n=0}^\infty x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad (1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^\infty \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1,$$

$$\sum_{n=1}^\infty (-1)^n a_n \approx \sum_{n=1}^{k-1} (-1)^n a_n, \quad \sum_{n=1}^\infty a_n \approx \sum_{n=1}^{k-1} a_n + \frac{1}{2}a_k + \int_k^\infty f(x) dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^\infty (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

$$a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi f(x) dx, \quad a_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^\pi f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^\pi f(x) \sin nx dx$$