2017.12.12. Kalkulus II. / Matematika 2. NÉV:.....................................

A csoport KÓD:.....................................

1. Definíció alapján és formálisan is adjuk meg az $f(x,y) = x^2\sqrt{1-2y}$ függvény parciális deriváltjait a $P(-1,-3)$ pontban. *20pt*
2. Oldjuk meg: $2y'' + (y')^3 y = 0, \quad y(1) = 1, y'(1) = 4.$ *20pt*
3. Határozzuk meg $\int_L (2x-y)\ dx + x\cos y\ dy$ értékét, ahol L a $(3,2) \to (1,-2)$ pontokat összekötő szakasz. *20pt*
4. Határozzuk meg
$$\int_H\int \frac{1-2y}{x+2}\ dxy$$
értékét, ahol H a $(-1,0)$, $(1,-4)$ és $(1,6)$ pontok által kijelölt háromszög. *30pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x) e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[xf(x)](p) = -L'[f(x)](p),$$

$$L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}}, \quad L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2},$$

$$L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2 L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1, \quad \sum_{n=0}^\infty x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad (1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^\infty \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1,$$

$$\sum_{n=1}^\infty (-1)^n a_n \approx \sum_{n=1}^{k-1} (-1)^n a_n\ , \qquad \sum_{n=1}^\infty a_n \approx \sum_{n=1}^{k-1} a_n + \frac{1}{2} a_k + \int_k^\infty f(x) dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^\infty (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

$$a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad a_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$