

2019.01.15.

Kalkulus II. / Matematika 2.

NÉV:.....

A csoport

KÓD:.....

1. Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet: $y' = -\frac{x+2y}{y}$. 20pt

2. A tanult módon vizsgáljuk a következő számsorok konvergenciáját:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{3n-1}}{n}, \quad (b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^{n+1}(n+1)!}{(2n-3)!}.$$

20pt

3. Határozzuk meg az $\int_L \ln(x+1) dx - xy^2 dy$ integrál értékét, ahol L a $(2, -1) \rightarrow (0, 2)$ pontokat összekötő szakasz. 25pt

4. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^2 - 2x - y^2 + 4y$ függvény szélsőértékeit a $(2, 0)$, $(2, 6)$ és $(0, 0)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. 25pt

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{arcsin} x + C = -\operatorname{arccos} x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x)e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[xf(x)](p) = -L'[f(x)](p),$$

$$L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}}, \quad L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2},$$

$$L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1, \quad \sum_{n=0}^\infty x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad (1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^\infty \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1,$$

$$\sum_{n=1}^\infty (-1)^n a_n \approx \sum_{n=1}^{k-1} (-1)^n a_n, \quad \sum_{n=1}^\infty a_n \approx \sum_{n=1}^{k-1} a_n + \frac{1}{2}a_k + \int_k^\infty f(x) dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^\infty (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

$$a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi f(x) dx, \quad a_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^\pi f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^\pi f(x) \sin nx dx$$