

Kalkulus I. levelező vizsga

MINTA

Név:

ETR azonosító:

Elméleti rész (legalább 10 pontot kell elérni)

1. Definiáljuk az alábbi fogalmakat:

- a) Az a_n sorozat részsorozata. 5p
 - b) Az a_n sorozat torlódási pontja. 5p
 - c) Az $f(x)$ függvény határértéke az x_0 -ban c (környezetes definíció). 5p
 - d) Az $f(x)$ függvénynek x_0 -ban lokális (helyi) minimuma van. 5p
 - e) Az $f(x)$ függvény egyenletesen folytonos $\langle a, b \rangle$ -n. 5p
 - f) Az $f(x)$ függvény határozatlan integrálja. 5p
 - g) Darboux-féle alsó integrálközelítő összeg. 5p
2. Mondjuk ki a L'Hospital-szabályt. 8p
3. Mondjuk ki határozott integrál esetén a parciális integrálásra vonatkozó tételt. 7p

Feladatok (legalább 10 pontot kell elérni)

1. Határozzuk meg a következő határértékeket:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^{2n} + 3^n}, \quad 6p$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}. \quad 8p$$

2. A tanult módon ábrázoljuk az alábbi függvényt:

$$f(x) = x^2 e^{-x}. \quad 20p$$

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélső érték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, Értékkészlet.

3. Határozzuk meg a következő integrálokat:

$$\int \frac{4x^3 + 6x}{x^4 + 3x^2 + 1} dx, \quad 8p$$

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx. \quad 8p$$

Jó munkát!

Σ 100 p

A dolgozatot megtekinteni minden vizsgaidőpontban és az azt követő egy órában lehet. Az elégséges érdemjegyhez 41 pont kell.

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C$$