

ÁLTALÁNOS ÉS KÖZÉPISKOLAI ALAPISMERETEK

Balázs István, Bogyá Norbert, Csányi János, Dudás János,
Fülöp Vanda, Szíjjártó András, Zarnócz Tamás

https://www.youtube.com/playlist?list=PLm_pNdtN9Bap82U1dvkOT1uUXovYNnsUl

1. Törtek

Végezzük el az alábbi műveleteket. Amennyiben lehet, egyszerűsítsük a végeredményt.

1. Feladat. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$, $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$, $\frac{7}{32} - \frac{9}{64}$, $\frac{5}{12} - \frac{7}{16}$

2. Feladat. $\frac{5}{6} - 2$, $\frac{2}{-3} - \frac{-3}{2} + \frac{-7}{-5}$, $\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{-3}\right)$, $3 - \left(\frac{-3}{-4} - \frac{1}{-6}\right) + \frac{-2}{8}$

3. Feladat. $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4}$, $\frac{3}{2} \cdot \frac{-4}{5}$, $\frac{3}{2} \cdot 7$, $\frac{3}{2} : \frac{5}{4}$, $\frac{3}{2} : 5$

4. Feladat. $\frac{\frac{16}{3}}{5}$, $\frac{16}{\frac{3}{5}}$, $\frac{\frac{16}{3}}{\frac{5}{2}}$, $\frac{\frac{16}{3}}{1 + \frac{5}{2}}$

5. Feladat. $\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) : \frac{3}{7}$, $\frac{1}{3} - \frac{2}{5} : \frac{3}{7}$, $\frac{1}{2} \cdot \left(3 + \frac{7}{6}\right)$, $\frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{7}{6}$

6. Feladat. $12/5 + 2$, $12/(5 + 2)$, $10 + 2/5 + 2$

2. Törtek betűkkel

Adjuk meg a következő kifejezések végeredményét a legegyszerűbb alakban.

1. Feladat. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, $\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1}$, $\frac{1}{a^2b} - \frac{1}{b^2}$, $\frac{1}{a+1} - \frac{1}{(a+1)^2}$, $\frac{a+2}{a^2-a} - \frac{1}{a}$

2. Feladat. $\frac{1}{a+1} + 1$, $a - \frac{1}{a+1}$, $\frac{b+1}{a+1} : (b+2)$, $\frac{1}{a+1} : a - 2$, $3 \cdot \frac{1}{a+1} - \frac{2}{3}$

3. Hatvány

Végezzük el az alábbi műveleteket. Amennyiben lehet, egyszerűsítsük a végeredményt.

1. Feladat. 2^3 , 2^{-4} , 2^0 , $2^3 \cdot 2^{-4}$, $\frac{2^{-4}}{2^3}$, $(2^{-4})^3$, $2^3 + 2^4$

2. Feladat. $3 \cdot 2^3$, $2^3 \cdot 5^3$, $\frac{2^3}{5^3}$, $6^3 \cdot 2^{-3}$, $\frac{2^4}{5^3}$

3. Feladat. $\sqrt{9}$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{\frac{4}{9}}$, $\sqrt{-\frac{1}{8}}$, $\sqrt[3]{27^2}$

4. Feladat. $\sqrt{16} + \sqrt{9}$, $\sqrt{25}$, $1^{-1/2}$, $-1^{2/3}$, $(-1)^{-2/3}$, $(-1)^{3/2}$

Írjuk fel cx^α alakban a következő kifejezéseket (ahol c és α valós számok)

5. Feladat. $a^4 a^3$, $\frac{5}{x^5}$, $\frac{x^3}{3x^2}$, $\frac{-2x^2}{3x^{-2}}$, $\left(\frac{1}{x^6}\right)^3$

6. Feladat. $5\sqrt[5]{x}$, $x\sqrt[3]{x^2}$, $(x^7)^{1/3} \cdot \sqrt[5]{x^{11}}$, $\frac{7x^2}{\sqrt[3]{8x^7}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[5]{x^6}}}$, $\sqrt{x^2}$

4. Logaritmus

A logaritmus és exponenciális függvény azonosságait felhasználva hozzuk egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket.

1. Feladat. $\log_2 8$, $\log_3 3$, $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\log_4 1$, $\lg 0.01$

2. Feladat. $\log_{2/3} \frac{4}{9}$, $\log_{1/5} 25$, $2^{\log_2 3}$, $4^{\log_2 3}$, $0.1^{\lg 2017}$

3. Feladat. $2 \log_7 \sqrt{7}$, $\log_2 5^3$, $10^{-3 \lg 2}$, $\lg 4 + 2 \lg 5$, $\log_3 8 - \log_3 2$, $\log_3 8 \cdot \log_3 2$

5. Szorzattá alakítás

Kiemelés

1. Feladat. $2x - 4$, $3y^2 - 12y$, $z^3 + 3z^2$, $u^3 + 3u^2 - u$, $14x - 2x^2 - 24$

Nevezetes szorzatok gyakorlása

2. Feladat. (a) $(a - 1)^2$, $(x + 2y)^2$, $(-b - 3d)^2$, $(u - 5)(u + 5)$, $\left(v + \frac{1}{\sqrt{v}}\right) \left(v - \frac{1}{\sqrt{v}}\right)$

(b) $x^2 - 4x + 4$, $4a^2 + 4a + 1$, $b^2 + 9d^2 + 6bd$, $2b^2 - 4bc + 2c^2$, $4z^2 + 8z + 9$

(c) $t^2 + 2\sqrt{2}st + 2s^2$, $3u^2 - \sqrt{24}uv + 2v^2$, $z^2 - 9$, $2 - 4x^2$, $w^3 - 8$

Teljes négyzetté alakítás

3. Feladat. (a) $x^2 - 4x$, $y^2 + 6y + 9$, $t^2 + 4t - 5$, $z^2 - 2z - 6$

(b) $u^2 + 4u + 5$, $p^2 - 3p + 1$, $3z^2 + 6z + 4$, $14x - 2x^2 - 24$

Megoldóképlet használata

4. Feladat. (a) $x^2 - 2x + 1$, $x^2 + 5x + 6$, $14x - 2x^2 - 24$, $3x^2 + 2x - 1$

(b) $3x^2 - 12x$, $2 - 4x^2$, $x^2 + 4x + 5$, $3x^4 - 3x^3 + 6x^2$

6. Egyszerűsítés

1. Feladat. (a) $\frac{4a^7b^3}{2bz^2a^4}$, $\frac{x^2 - 3x}{x}$, $\frac{y^4 + 4y^2}{y^3}$, $\frac{t^2 - 2t + 1}{t^2}$,

(b) $\frac{u^2 - 3u}{\sqrt{u}}$, $\frac{2p^2 - p}{\sqrt{p^3}}$, $\frac{x^2 - 3\sqrt{x} + 1}{\sqrt[3]{x}}$, $\frac{\sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt{x} - 2}{3\sqrt[4]{x}}$

2. Feladat. (a) $\frac{x^2 + x}{x + 1}$, $\frac{x^2 + 2x}{x + 1}$, $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$, $\frac{3z - 6}{4z - 8}$, $\frac{y - 2}{2 - y}$

(b) $\frac{3z^2 + 6z}{2z + 4}$, $\frac{3v + t}{t^3 + 3t^2v}$, $\frac{3up - 6ud}{2d - p}$, $\frac{6by - 2ab}{ax^2 - 3x^2y}$

3. Feladat. (a) $\frac{y + 2}{y^2 - 4}$, $\frac{u^2 - 9}{u^2 - 3u}$, $\frac{z^2 - 2z + 1}{3 - 3z}$, $\frac{4 + 4t + t^2}{t^2 - 4}$

(b) $\frac{a + 3b}{a^2 + 6ab + 9b^2}$, $\frac{x^2 - 4y^2}{x^2 + 4xy + 4y^2}$, $\frac{2z^2 - 4zd + 2d^2}{5z^2 - 5d^2}$, $\frac{u^2 - 4uv + 4v^2}{u^2 + 4uv + 4v^2}$

4. Feladat. (a) $\frac{x + 2}{x^2 + x - 2}$, $\frac{t^2 - 3t}{t^2 - 5t + 6}$, $\frac{y^2 - 2y - 3}{y^2 - 9}$, $\frac{3 - 3p^2}{p^2 + 2p - 3}$

(b) $\frac{d^2 - 5d + 6}{4d - d^2 - 3}$, $\frac{z^2 + 3z + 2}{2z^2 + z - 1}$, $\frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{1 - x^2}$, $\frac{u^2 + 2u - 8}{u^2 + 4u + 4}$

Gyöktelenítés

5. Feladat. (a) $\frac{6}{\sqrt{2}}$, $\frac{5}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, $\frac{b}{\sqrt{b+1} - 1}$, $\frac{4}{2a - \sqrt{a-3}}$

(b) $\frac{p - 3}{2 + \sqrt{p+1}}$, $\frac{2h}{-\sqrt{5+h}}$, $\frac{x+3}{-\sqrt{x}-\sqrt{3}}$

7. Kiemelés

Alakítsuk szorzattá az alábbi kifejezéseket a megadott szorzótényezők kiemelésével. ($x \neq 0$)

1. Feladat.

$(6 + 15x)$ -ből 3-at,
 $(2x^2 - 3x)$ -ből x -et,
 $(x^2 + 5x + 6)$ -ből x^2 -et,
 $(7x^2 + \frac{1}{2}x)$ -ből x^2 -et,
 $(2x - x^3 - 1)$ -ből x^3 -öt

2. Feladat.

$(x^2 + \frac{5}{x})$ -ből x^2 -öt,
 $(1 + 3x - x^2 + \frac{1}{x})$ -ből $\frac{1}{x}$ -et,
 $(x^2 + 5\sqrt{x})$ -ből \sqrt{x} -et,

$(\sqrt{2x} - 4)$ -ből \sqrt{x} -et

3. Feladat.

$\sqrt{x^2 + x}$ -ből \sqrt{x} -et,
 $\sqrt{x^2 + x}$ -ből x^2 -et,
 $\sqrt{x^2 + x}$ -ből x -et

8. Egyenletek

Oldjuk meg a következő egyenleteket.

1. Feladat. $\frac{17}{4} = 4d$, $2x + 3 = 1 - x$, $y^2 - 1 = 0$, $t^2 + 1 = 0$, $z^4 = -8z$

2. Feladat. $x + \sqrt{x} = 0$, $5p^4(p - 5) + p^5(p - 5) = 0$, $\frac{s - 2}{3 + s} = 0$, $\frac{z^2 + z - 6}{4 - z^2} = 0$

3. Feladat. $2^{x-1} = 8$, $\log_2 t = -1$, $u \cdot 3^{2u-1} + 2 \cdot 3^{2u-1} = 0$, $2v \lg v + v = 0$

4. Feladat. $3^{2x} + 4 \cdot 3^x = 5$, $2 \cdot 5^{2x} - 3 \cdot 5^{3x} = 0$, $2^{\log_3(4x+1)} = -1$, $\log_2^2 x - \log_2 x^2 = 8$

9. Függvények I. rész

Vázlatosan ábrázoljuk a következő függvényeket, ha van, adjuk meg a lényeges pontokat (tengelemetszetek, szélsőérték hely).

1. Feladat. $f(x) = x + 3$, $g(z) = -3$, $y = 2 - 3x$, $s(t) = -\frac{t}{2} + 1$

2. Feladat. (a) $f(x) = x^2$, $h(q) = q^2 - 1$, $g(z) = 3z - z^2$, $y = x^2 - x - 2$

(b) $s(t) = t^2 - 3t - 4$, $f(y) = 2y^2 + 4y + 2$, $d(p) = -\frac{1}{2}p^2 + p + \frac{3}{2}$, $U(x) = x^2 - 2x + 2$

3. Feladat. $y = x^3$, $y = x^3 - 3x$, $y = 3x^2 - x^3$, $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$

4. Feladat. $y = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$, $h(x) = \frac{1}{x}$, $t(x) = \frac{1}{x^2}$, $q(x) = |x|$

5. Feladat. $y = 3^x$, $y = 3^{-x}$, $y = \log_2 x$, $\log_{\frac{1}{2}} x$

6. Feladat. $y = \sin x$, $y = \cos x$, nevezetes értékek az $x = 0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$ helyeknél.

10. Függvények II. rész

1. Feladat. Adjuk meg a következő függvények értelmezési tartományát.

(a) $f(x) = \frac{1}{x - 3}$, $h(x) = \frac{x + 1}{(x + 1)(x - 3)}$, $g(y) = \frac{2}{4 - y^2}$, $V(t) = 1 - \sqrt{5 - 2t}$

(b) $T(v) = \sqrt[3]{4 - v}$, $D(q) = \frac{q \log_5(q - 1)}{q^2 - 3}$, $z(p) = \frac{\sqrt{p^4 - p^2}}{3^p + 1}$, $R(z) = \frac{\sqrt[5]{-z^4 - z^2 + 2z}}{z \log_4 z - 2z}$

2. Feladat. Helyettesítési érték

$F(x) = -3x - x^2$, $F(2) = ?$, $F(-1) = ?$, $F(3/2) = ?$

$G(z) = 2^z - 2z$, $G(-1) = ?$, $G(0) = ?$, $G(a + 1) = ?$

$H(y) = (y - 2) \lg y$, $H(10) = ?$, $H(1) = ?$, $H(y - 2) = ?$

$S(t) = t\sqrt{3t - 2}$, $S(2) = ?$, $S(0) = ?$, $S(2t + 1) = ?$

3. Feladat. Lineáris függvénytranszformáció

(a) $f(x) = x^2$, $f(x) + 1$, $f(x + 1)$
 $g(t) = \sqrt{t}$, $-g(t)$, $g(-t)$
 $h(z) = \cos z$, $2h(z)$, $h(2z)$

$$(b) \frac{1}{x-2}, \quad \frac{1}{x} - 2, \quad \frac{x+1}{x-1}$$

$$(c) x^2 - 4x + 3, \quad x^2 + 3x - 4, \quad 2x^2 - 3x + 2$$

$$(d) \sqrt{2-x}, \quad \sqrt{2x+1}, \quad -2 + |1-x|$$

$$(e) 2 - \lg 10x, \quad 3 \cdot 2^{-x+1}$$

$$(f) \sin(x/2 - \pi/4), \quad \cos(\pi/4 - 2x)$$

4. Feladat. Inverz

Határozzuk meg azon változóértéket, melyben az adott függvény az adott értéket veszi fel

$$(a) f(x) = 2x - 4, \quad \text{felevett érték: } 2, -1$$

$$y = \frac{x}{2} - 3, \quad \text{felevett érték: } 1, -1/2$$

$$D(q) = \frac{2}{q-1}, \quad \text{felevett érték: } 2, -1, p$$

$$D(p) = \frac{p}{p+2}, \quad \text{felevett érték: } -2, 1, q$$

$$(b) E(y) = 1 + \sqrt[3]{y}, \quad \text{felevett érték: } 0, 2, x$$

$$f(x) = (x-1)^3, \quad \text{felevett érték: } -1, 1, y$$

$$R(x) = 2^{x-1}, \quad \text{felevett érték: } 2, 1/4, y$$

$$h(y) = 1 + \log_2 y, \quad \text{felevett érték: } 0, x$$

$$(c) U(z) = (z-2)^2, \quad \text{felevett érték: } 9, 1, x$$

$$y = 2 - \sqrt{x}, \quad \text{felevett érték: } -1, 1, z$$

$$D(p) = \sqrt{1-2p}, \quad \text{felevett érték: } 1, -1, y$$

$$g(y) = \frac{1-y^2}{2}, \quad \text{felevett érték: } -1, 1, p$$

11. Egyenes

Írjuk fel a következő egyenesek egyenletét.

1. Feladat.

Az y tengelyt 1-nél metszi és a meredeksége 2.

Áthalad a $P(1, 2)$ ponton, és a meredeksége $-\frac{1}{3}$.

Áthalad az $P(1, 3)$ ponton, és párhuzamos az x -tengellyel.

Áthalad az $P(-1, 1/2)$ ponton, és párhuzamos az y -tengellyel.

2. Feladat.

Áthalad a $P(3, 2)$ és $Q(0, 0)$ pontokon.

Áthalad a $P(-1, 2)$ és $Q(2, -1)$ pontokon.

Az x -tengelyt 5-ben metszi és áthalad a $P(-2, -3)$ ponton

Az x -tengelyt -2 -ben, az y -tengelyt 3 -ban metszi.

12. Egyenlőtlenség

Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket.

1. Feladat. $2x > 4$, $-2x + 3 \leq 0$, $x^2 > 4$

2. Feladat. $x^2 < -3x$, $4 - x^2 \geq 3x$, $x^3 - 2x^2 \geq 3x$

3. Feladat. $\frac{1}{x-3} < 0$, $\frac{x+1}{2x-5} > 0$, $\frac{\sqrt{x-2}}{4-x} \geq 0$, $\frac{\sqrt{2x-4}}{\sqrt{x+3}} \leq 0$

4. Feladat. $\frac{3^{x+2}}{x^2-4} \leq 0$, $\frac{\lg(x-1)}{(3-x)^2} \leq 0$, $\frac{x^3-x}{3x-x^2} \geq 0$

5. Feladat. $\sqrt{x} < \frac{2}{\sqrt{x}}$, $x \log_2 x \leq 3x$, $|x+2| \leq 3$, $|2x-3| > 1$

13. Százalékszámítás

1. Feladat. Határozzuk meg

(a) 20 felét, egyötödét, 20%-át, 75%-át, 140%-át.

(b) 126-nak a 42, a 7, a 189 hányad része.

(c) 120-nak a 24, a 6, a 180 hány százaléka.

2. Feladat. (a) Mennyibe kerül a termék, ha 15%-a 4500 Ft?

(b) Mennyiért vehetjük meg a 10.999 Ft-os terméket a 15%-os leárazás után?

(c) Ebben az évben az olaj világpiaci ára 5 nagy lépésben változott. Előbb nőtt 10%-kal, majd csökkent 5%-kal, majd ismét csökkent 5%-kal, ezt követően nőtt 5%-kal, majd csökkent 10%-kal. Összességében hogyan változott az ára?

3. Feladat. *Hirdetés a Szuperinfóból: Akció! Csak (habár ezt heteken keresztül olvashattuk) ezen a héten! Egyes keretekre 20-25% -os, több lencsére is 40-50% -os kedvezmény. **Akár 75% -os kedvezmény.***

(a) Mekkora lehet a maximális kedvezmény?

(b) Mekkora a kedvezmény, ha a választott keret kétszer olyan drága mint a lencse és mindkettőt a maximális kedvezménnyel tudjuk megvenni?

4. Feladat. (a) 100 ml 20%-os oldatot összekeverünk 50 ml 10%-os oldattal. Az így kapott oldat hány %-os?

(b) 100 ml 20%-os oldathoz mennyi vizet kell tenni, hogy 15%-os oldatot kapjunk.

(c) Mennyit vegyünk a 35%-os, illetve a 10%-os oldatból, ha 100 ml, 25%-os oldatot kell készítenünk.