Lineáris algebra

Szorgalmi Feladatok (6.) (10A104-3) 2012/2013. tavaszi félév

6.1. Hány maximális méretű nemeltűnő aldeterminánsa van az

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

mátrixnak?

6.2. Határozza meg az

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix rangját a λ valós paraméter függvényében.

6.3. Határozza meg az x valós paraméter értékétől függően a

$$\begin{pmatrix} 2x & -1 & 0 & x^2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ x & 1 & 1 & x \end{pmatrix}$$

mátrix rangját.

6.4. Adja meg az

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 - 4x_2 + 8x_3 = 0, \\ -3x_1 + 5x_2 - 14x_3 = a, \end{cases}$$

egyenletrendszer megoldását az a valós paraméter értékétől függően.

6.5. Adja meg a

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 8x_3 + ax_4 = 0, \\ -x_1 + 5x_2 + 11x_3 + 2x_4 = 7, \\ -x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 5, \end{cases}$$

egyenletrendszer megoldását az a valós paraméter értékétől függően.

6.6. Melyek igazak a következő állítások közül tetszőleges $m \in \mathbb{N}$ egyenletből álló $n \in \mathbb{N}$ ismeretlenes lineáris egyenletrendszerre? Ha nem teljesül az állítás, adjon ellenpéldát.

(a) Ha $n > m$, akkor végtelen sok megoldás van.

(b) Ha $n = m$, akkor pontosan egy megoldás van.

(c) Ha pontosan egy megoldás van, akkor $n = m$.

(d) Ha $n < m$, akkor nincs megoldás.

(e) Ha $m < n$, akkor nem lehet pontosan egy megoldás.

(f) Ha $n = m$ és végtelen sok megoldás van, akkor az együtthatókból álló determináns 0.

(g) Ha $n = m$ és az együtthatókból álló determináns 0, akkor végtelen sok megoldás van.

$\boxed{6.7.}$ Adja meg az

$$\begin{cases} \phantom{-x_1 + {}} x_2 + x_3 \phantom{{} - 3x_4} - ax_5 = 0, \\ -x_1 + x_2 + ax_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + ax_2 + x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 0, \end{cases}$$

homogén lineáris egyenletrendszerben az a valós paraméter értékét úgy, hogy a megoldástér dimenziója 3 legyen, valamint ekkor adjon meg bázist a megoldásterében.